

Chapitre 2 Second degré

Question d'ouverture



Le magnifique Harbour Bridge de Sydney (en Australie) est l'un des ponts les plus longs du monde : 503 mètres. Surnommé « le vieux cintre », il fait partie des ponts ayant la plus haute arche en acier au monde. Le sommet de l'arche est situé à 134 mètres au-dessus des eaux. Le pont et l'arche ont deux points d'intersection, chacun situé à 49 mètres de la rive la plus proche. Mais quelle est la hauteur de l'Harbour Bridge ?

Réponse à la question d'ouverture

Fixons un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j})$ où O est le point d'intersection entre l'arche et la rive gauche (la rive étant assimilée à une bande de terre (donc au niveau du sol) longeant le fleuve). Le sol est supposé horizontal et au même niveau que la surface de l'eau.

L'axe des abscisses du repère est assimilé au sol.

Dans $(O ; \vec{i}, \vec{j})$, le sommet S de l'arche a pour coordonnées $(\frac{503}{2} ; 134)$.

Ainsi dans ce repère, l'arche parabolique P a pour équation :

$$y = a \left(x - \frac{503}{2}\right)^2 + 134.$$

De plus, le point O appartient à P donc ses coordonnées vérifient l'équation de P :

$$0 = a \left(-\frac{503}{2}\right)^2 + 134, \quad \text{ainsi} \quad 253\,009 a = -4 \times 134 \quad \text{ou encore} \quad a = -\frac{536}{253\,009}.$$

$$\text{Donc } P \text{ a pour équation : } y = -\frac{536}{253\,009} \left(x - \frac{503}{2}\right)^2 + 134.$$

Considérons le point A appartenant à P d'abscisse 49. Ce point A est également sur le pont. Son ordonnée y_A est égale à la hauteur du pont.

Or $A \in P$ si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation de P .

$$\text{Ainsi } y_A = -\frac{536}{253\,009} \left(49 - \frac{503}{2}\right)^2 + 134$$

$$y_A = -\frac{536}{253\,009} \times (-202,5)^2 + 134$$

$$y_A \approx 47,13$$

La hauteur de l'Harbour Bridge est environ égale à 47,13 mètres.

