

164 a. Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$, donc pour $n = 4$,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^4} = +\infty \text{ et par produit, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4e^x}{x^4} = +\infty.$$

$$\text{Finalement par somme, } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{4e^x}{x^4}\right) = +\infty.$$

b. Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$, donc pour $n = 5$,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^5} = +\infty.$$

$$\text{D'autre part, } \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x + 1) = -\infty.$$

$$\text{Finalement par produit, } \lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x + 1) \frac{e^x}{x^5} = -\infty.$$

c. Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x} = 0$ donc pour $n = 2$,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-x} = 0 \text{ puis par produit, } \lim_{x \rightarrow +\infty} 5x^2 e^{-x} = 0.$$

$$\text{Finalement par somme, } \lim_{x \rightarrow +\infty} (5x^2 e^{-x} + 7) = 7.$$

d. Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n e^{-x} = 0$ donc pour $n = 3$,

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 e^{-x} = 0 \text{ puis par produit, } \lim_{x \rightarrow +\infty} -10x^3 e^{-x} = 0.$$

$$\text{D'autre part, } \lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty.$$

$$\text{Finalement par somme, } \lim_{x \rightarrow +\infty} (-10x^3 e^{-x} - x) = -\infty.$$