158 La fonction g est définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 3 + x\mathrm{e}^x$.
1. Notons $h = uv$ avec pour tout réel x, $u(x) = x$ et $v(x) = \mathrm{e}^x$.
u et v sont dérivables sur $\mathbb{R}$ et, pour tout réel x, $u'(x) = 1$ et $v'(x) = \mathrm{e}^x$.
Ainsi h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et $h' = u'v + uv'$.
Donc pour tout réel x, $g'(x) = 0 + h'(x) = 1 \times \mathrm{e}^x + x\mathrm{e}^x = (1 + x)\mathrm{e}^x$.
La proposition est vraie.

2. Pour déterminer le sens de variation de g, on détermine le signe de $g'(x)$ sur $\mathbb{R}$.
$g'(x) \geqslant 0$ équivaut à $1 + x \geqslant 0$ (car la fonction exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$).
Ainsi $g'(x) \geqslant 0$ équivaut à $x \geqslant -1$.
La fonction g est croissante sur $[-1\,;+\infty[$ et décroissante sur $]-\infty\,;-1]$.
La proposition est fausse.

3. D'après la question **2**, la fonction g est décroissante sur $]-\infty\,;-1]$ et croissante sur $[-1;+\infty[$. Elle admet donc un minimum pour $x = -1$.
On calcule $g(-1)$: $g(-1) = 3 - \mathrm{e}^{-1} \neq \mathrm{e}$.
La proposition est fausse.