137 **1.** On a $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A\ ;\ y_B - y_A\ ;\ z_B - z_A)$ soit $\overrightarrow{AB}(-1\ ;\ 4\ ;\ 7)$.
De même, $\overrightarrow{AC}(x_C - x_A\ ;\ y_C - y_A\ ;\ z_C - z_A)$ soit $\overrightarrow{AC}(5\ ;\ -4\ ;\ -3)$.
De même, $\overrightarrow{AD}(x_D - x_A\ ;\ y_D - y_A\ ;\ z_D - z_A)$ soit $\overrightarrow{AD}(0\ ;\ 1\ ;\ 2)$.
On recherche deux réels α et β tels que $\overrightarrow{AD} = \alpha\,\overrightarrow{AB} + \beta\,\overrightarrow{AC}$.
Cela se traduit par le système :
$$\begin{cases} -\alpha + 5\beta = 0 \\ 4\alpha - 4\beta = 1 \\ 7\alpha - 3\beta = 2 \end{cases}.$$
On extrait les deux premières équations et on résout le système obtenu :
$$\begin{cases} -\alpha + 5\beta = 0 \\ 4\alpha - 4\beta = 1 \end{cases}.$$
La première équation donne α = 5 β.
On remplace α par cette expression dans la deuxième équation, le système équivaut alors à :
$$\begin{cases} \alpha = 5\beta \\ 4 \times 5\beta - 4\beta = 1 \end{cases} \text{ soit à } \begin{cases} \alpha = 5\beta \\ 16\beta = 1 \end{cases}.$$
On obtient alors $\alpha = \frac{5}{16}$ et $\beta = \frac{1}{16}$.
Il faut à présent s'assurer que la troisième égalité est vérifiée par ces valeurs :
$7\,\alpha - 3\,\beta = 7 \times \frac{5}{16} - 3 \times \frac{1}{16} = \frac{35}{16} - \frac{3}{16} = \frac{32}{16} = 2$ ce qui convient.
Ainsi $\overrightarrow{AD} = \frac{5}{16}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{16}\overrightarrow{AC}$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AD}$ sont coplanaires.
On en conclut que les points A, B, C et D sont également coplanaires.

2. On a $\overrightarrow{AB}(-1\ ;\ 4\ ;\ 7)$, $\overrightarrow{AD}(0\ ;\ 1\ ;\ 2)$ et $\overrightarrow{AE}(1\ ;\ 2\ ;\ 3)$.
Tout d'abord, $x_{\overrightarrow{AD}} = 0$ mais $x_{\overrightarrow{AB}} \neq 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ ne sont pas colinéaires.
On recherche s'il existe deux réels α et β tels que $\overrightarrow{AE} = \alpha\,\overrightarrow{AB} + \beta\,\overrightarrow{AD}$.
Cela se traduit par le système :
$$\begin{cases} -\alpha + 0\beta = 1 \\ 4\alpha + 1\beta = 2 \\ 7\alpha + 2\beta = 3 \end{cases}.$$
On extrait les deux premières équations et on résout le système obtenu :
$$\begin{cases} -\alpha = 1 \\ 4\alpha + \beta = 2 \end{cases}.$$
Ce système équivaut à $\begin{cases} \alpha = -1 \\ 4 \times (-1) + \beta = 2 \end{cases}$ soit à $\begin{cases} \alpha = -1 \\ -4 + \beta = 2 \end{cases}$.
On obtient alors $\alpha = -1$ et $\beta = 6$.
Il faut à présent s'assurer si la troisième égalité est vérifiée par ces valeurs :
$7\,\alpha + 2\,\beta = 7 \times (-1) + 2 \times 6 = -7 + 12 = 5 \neq 3$ ce qui ne convient pas.
Ainsi $\overrightarrow{AE}$ n'est pas une combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$ donc ces trois vecteurs ne sont pas coplanaires.
On en conclut que le point E n'appartient pas au plan (ABD).