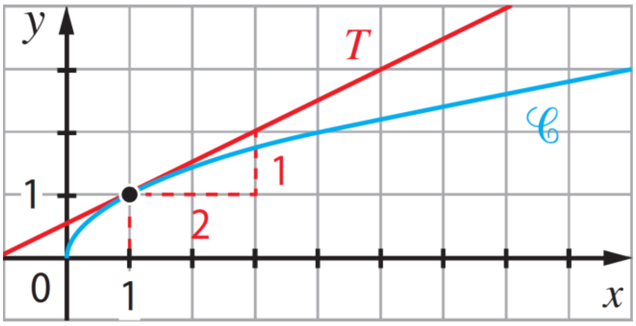
44. **1. a.** Le nombre $f'(1)$ est la pente de la tangente à *C* au point d'abscisse 1, c'est-à-dire la pente de la tangente *T* tracée dans le repère.
Pour déterminer graphiquement cette pente, on choisit deux points de cette droite *T* : par exemple, le point de coordonnées (1 ; 1) et le point de coordonnées (3 ; 2).

Pour relier le premier au deuxième, on « se déplace » de deux unités parallèlement à l'axe des abscisses, puis on « monte » d'une unité parallèlement à l'axe des ordonnées (voir graphique ci-dessous).

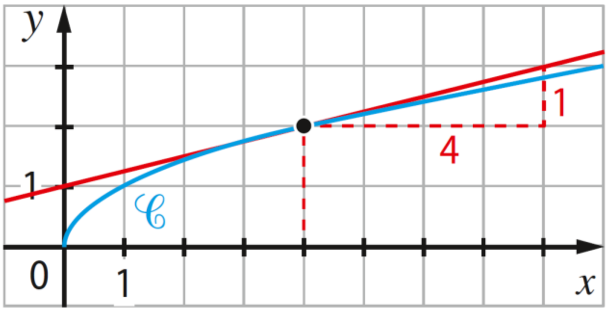


Ainsi, la pente de *T* est égale à $\frac{1}{2}$, soit 0,5. Donc $f'(1) = 0{,}5$.

b. Pour tout réel *x* de l'intervalle $[0; +\infty[$, $f(x) = \sqrt{x}$.
Donc *f* est dérivable sur $]0; +\infty[$ et pour tout réel *x* de cet intervalle,
$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$. Ainsi, $f'(1) = \frac{1}{2\sqrt{1}} = \frac{1}{2\times 1} = \frac{1}{2}$, soit $f'(1) = 0{,}5$.

On retrouve bien le résultat obtenu précédemment par lecture graphique.

2. La tangente à *C* au point d'abscisse 4 passe par le point de *C* de coordonnées $(4\,;\sqrt{4})$, soit $(4\,;2)$.
Pour tracer la tangente, il nous faut un deuxième point, qu'on obtient en utilisant la valeur de la pente qui est $f'(4)$.
Or, $f'(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} = \frac{1}{2\times 2}$, soit $f'(4) = \frac{1}{4}$.
Donc la tangente à *C* au point d'abscisse 4 a une pente égale à $\frac{1}{4}$.
Ainsi, à partir du premier point de coordonnées (4 ; 2), on obtient un deuxième point en « se déplaçant » de quatre unités vers la droite, parallèlement à l'axe des abscisses, puis de une unité vers le haut, parallèlement à l'axe des ordonnées.
Une fois le deuxième point placé, on peut tracer la tangente demandée (voir graphique ci-dessous).



3. Deux droites non parallèles à l'axe des ordonnées sont parallèles entre elles si, et seulement si, elles ont le même coefficient directeur.

Soit alors a un réel strictement positif.

La tangente à C au point d'abscisse a est parallèle à la droite d'équation $y = 2x - 5$ si, et seulement si, sa pente est égale à 2.
Or, la pente de la tangente à C au point d'abscisse a est $f'(a)$, soit $\frac{1}{2\sqrt{a}}$.

Ainsi, la tangente à C au point d'abscisse a est parallèle à la droite d'équation $y = 2x - 5$ si, et seulement si, $\frac{1}{2\sqrt{a}} = 2$.
Cette équation est équivalente à $4\sqrt{a} = 1$, soit $\sqrt{a} = \frac{1}{4}$, soit $a = \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{1}{16}$.

Donc la courbe C admet une seule tangente parallèle à la droite d'équation $y = 2x - 5$: c'est la tangente à C au point d'abscisse $\frac{1}{16}$.
De plus, $f\left(\frac{1}{16}\right) = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$, donc la courbe C admet une seule tangente parallèle à la droite d'équation $y = 2x - 5$: c'est la tangente au point de contact a pour coordonnées $\left(\frac{1}{16}; \frac{1}{4}\right)$.

4. Soit a un réel strictement positif. La pente de la tangente à C au point d'abscisse a est $\frac{1}{2\sqrt{a}}$.
Or, $\sqrt{a} > 0$, donc $\frac{1}{2\sqrt{a}} > 0$.
Autrement dit, toutes les tangentes à C ont une pente strictement positive.
Donc aucune n'a une pente négative.