23 **1.** Vrai. $\det(\vec{u}, \vec{v}) = \begin{vmatrix} 2 & x \\ -3 & 9 \end{vmatrix} = 2 \times 9 - (-3) \times x = 18 + 3x$.

Les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont donc colinéaires si, et seulement si, $18 + 3x = 0$, donc $x = -6$.

2. Faux. $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 5-1 \\ 5-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$; $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x-1 \\ y-3 \end{pmatrix}$ donc $-2\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -2(x-1) \\ -2(y-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2x+2 \\ -2y+6 \end{pmatrix}$.

On aura donc $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$ si, seulement si, $\begin{cases} -2x+2=4 \\ -2y+6=2 \end{cases}$ qui équivaut à $\begin{cases} x=-1 \\ y=2 \end{cases}$.

Les coordonnées du point C doivent donc être (–1 ; 2).

3. Vrai. $\overrightarrow{MN}\begin{pmatrix} 2-4 \\ -1-(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MP}\begin{pmatrix} 10-4 \\ -17-(-5) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ -12 \end{pmatrix}$.

On en déduit que $\overrightarrow{MN} = -3\overrightarrow{MP}$.

Les vecteurs $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$ sont donc colinéaires et les points M, N et P sont bien alignés.

Pour montrer la colinéarité de $\overrightarrow{MN}$ et $\overrightarrow{MP}$, on peut aussi calculer :

$$\det(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}) = \begin{vmatrix} -2 & 6 \\ 4 & -12 \end{vmatrix} = (-2) \times (-12) - 4 \times 6 = 24 - 24 = 0.$$