

120 1. a. $f(x)$ est l'aire du carré DEFG dont la longueur d'un côté est x . Dès lors, $f(x) = x^2$.

b. $g(x)$ est l'aire du triangle BCF, dont la hauteur issue de F a la même longueur que le segment $[EC]$, soit $4 - x$.

$[BC]$ est le côté relatif à cette hauteur dans le triangle BCF.

$$\text{Dès lors, } g(x) = \frac{BC \times EC}{2} = \frac{4 \times (4 - x)}{2} = 2(4 - x) = 8 - 2x.$$

2. a. L'inéquation $f(x) \geq g(x)$ équivaut à $f(x) - g(x) \geq 0$.

$$\text{D'une part } f(x) - g(x) = x^2 - (8 - 2x) = x^2 - 8 + 2x.$$

$$\text{D'autre part } (x + 4)(x - 2) = x^2 - 2x + 4x - 8 = x^2 + 2x - 8.$$

On en déduit que l'inéquation $f(x) > g(x)$ équivaut à $(x + 4)(x - 2) > 0$.

b. Pour résoudre cette inéquation, on dresse le tableau de signes du produit $(x + 4)(x - 2)$.

• $x + 4 \geq 0$ équivaut à $x \geq -4$.

• $x - 2 \geq 0$ équivaut à $x \geq 2$.

On en déduit ci-dessous le tableau de signes de $(x + 4)(x - 2)$.

x	$-\infty$	-4	2	$+\infty$
$x + 4$	$-$	0	$+$	$+$
$x - 2$	$-$	$-$	0	$+$
$(x + 4)(x - 2)$	$+$	0	$-$	$+$

Par lecture de la dernière ligne, on obtient l'ensemble solution $] -\infty ; -4[\cup] 2 ; +\infty[$.

Puisque E est un point du segment $[DC]$, x est en fait un réel de l'intervalle $[0 ; 4]$. Sur cet intervalle, l'ensemble solution devient $] 2 ; 4]$. L'aire de DEFG est strictement supérieure à celle de BCF lorsque la distance DE est strictement supérieure à 2.