

Je me prépare à l'évaluation

170

1. Pour tout réel t , $f'(t) = -3e^{-3t} - 3 \times (-e^{-t}) = -3e^{-3t} + 3e^{-t}$.

Donc $f'(t) = -3e^{-2t} \times e^{-t} + 3e^{-t}$.

En factorisant par $3e^{-t}$, on obtient :

$$f'(t) = 3e^{-t}(1 - e^{-2t}).$$

2. Pour tout réel t , $3e^{-t} > 0$ donc $f'(t)$ a le même signe que $1 - e^{-2t}$.

$$1 - e^{-2t} \geq 0 \text{ équivaut à } e^{-2t} \leq 1$$

$$\text{donc à } e^{-2t} \leq e^0$$

$$\text{donc à } -2t \leq 0$$

$$\text{soit à } t \geq 0.$$

Donc $f'(t)$ est positif sur $[0 ; +\infty[$ et négatif sur $] -\infty ; 0]$.

On déduit de la question précédente que :

f est décroissante sur $] -\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$.