

159

1. Vrai.

Pour tout réel x , $(e^x - e^{-x})^2 = (e^x)^2 - 2e^x \times e^{-x} + (e^{-x})^2$.

Donc $(e^x - e^{-x})^2 = e^{2x} - 2e^{x-x} + e^{-2x}$.

Donc $(e^x - e^{-x})^2 = e^{2x} - 2e^0 + e^{-2x}$.

Soit $(e^x - e^{-x})^2 = e^{2x} - 2 + e^{-2x}$.

2. Faux.

Par exemple, pour $a = 0$, $(e^{3a} - e^{-1}) \times (e^{3a} + e^{-1}) \neq e^{9a} - 1$.

En effet, $e^{9a} - 1 = e^{9 \times 0} - 1 = 1 - 1 = 0$

$$\begin{aligned} \text{et } (e^{3a} - e^{-1}) \times (e^{3a} + e^{-1}) &= (e^{3 \times 0} - e^{-1}) \times (e^{3 \times 0} + e^{-1}) \\ &= (1 - e^{-1}) \times (1 + e^{-1}) \\ &= 1 - e^{-2}. \end{aligned}$$

Remarque :

$$(e^{3a} - e^{-1}) \times (e^{3a} + e^{-1}) = (e^{3a})^2 - (e^{-1})^2.$$

$$\text{Donc } (e^{3a} - e^{-1}) \times (e^{3a} + e^{-1}) = e^{6a} - e^{-2}.$$

3. Faux.

Par exemple, pour $b = 0$, $\frac{e^{-b}}{1 + e^{-b}} \neq \frac{1 + e^b}{e^b}$.

$$\text{En effet, } \frac{e^{-b}}{1 + e^{-b}} = \frac{e^0}{1 + e^0} = \frac{1}{2}$$

$$\text{et } \frac{1 + e^b}{e^b} = \frac{1 + e^0}{e^0} = 2.$$