

22 1. Vrai.

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -1 & -7 \\ 7 & -1 \end{pmatrix}$, soit $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -7 & -2 \\ -1 & -11 \end{pmatrix}$, soit $\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} -9 \\ -12 \end{pmatrix}$.

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = (-8) \times (-9) + 6 \times (-12) = 72 - 72 = 0$$

$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont orthogonaux.

Donc les droites (AB) et (CD) sont perpendiculaires.

2. Vrai.

$\overrightarrow{BA} \begin{pmatrix} 8 \\ -6 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 2 & -(-1) \\ 11 & -7 \end{pmatrix}$, soit $\overrightarrow{BC} \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$.

$$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 8 \times 3 + (-6) \times 4 = 24 - 24 = 0$$

$\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

Donc les droites (AB) et (BC) sont perpendiculaires.

Par conséquent, le triangle ABC est rectangle en B.

3. Vrai.

On calcule la longueur des trois côtés du triangle ABD.

$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} -8 \\ 6 \end{pmatrix}$ donc $AB = \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{(-8)^2 + 6^2} = \sqrt{100}$ donc $AB = 10$.

$\overrightarrow{AD} \begin{pmatrix} -14 \\ -2 \end{pmatrix}$ donc $AD = \|\overrightarrow{AD}\| = \sqrt{(-14)^2 + (-2)^2} = \sqrt{200}$ donc $AD = 10\sqrt{2}$.

$\overrightarrow{BD} \begin{pmatrix} -6 \\ -8 \end{pmatrix}$ donc $BD = \|\overrightarrow{BD}\| = \sqrt{(-6)^2 + (-8)^2} = \sqrt{100}$ donc $BD = 10$.

$AB = BD$ donc le triangle ABD est isocèle en B.