

130 1. Une équation du cercle de centre $A(3 ; -1)$ et de rayon 2 est : $(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2 = 2^2$,
c'est-à-dire $(x - 3)^2 + (y - (-1))^2 = 4$.

Une équation de ce cercle est $(x - 3)^2 + (y + 1)^2 = 4$.

Remarque :

En développant le membre de gauche de cette équation, on obtient : $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$.

2. Le cercle de centre B passant par A a pour rayon $AB = \sqrt{(5 - 3)^2 + (4 - (-1))^2} = \sqrt{29}$.

Une équation de ce cercle est $(x - x_B)^2 + (y - y_B)^2 = \sqrt{29}^2$

c'est-à-dire $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = 29$.

Remarque :

En développant le membre de gauche de cette équation, on obtient : $x^2 + y^2 - 10x - 8y + 12 = 0$.

3. Un point $M(x ; y)$ appartient au cercle de diamètre $[AB]$ si, et seulement si, $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

Or $\overrightarrow{MA} \begin{pmatrix} 3-x \\ -1-y \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{MB} \begin{pmatrix} 5-x \\ 4-y \end{pmatrix}$ donc $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = (3 - x)(5 - x) + (-1 - y)(4 - y)$.

Soit $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = x^2 - 8x + 15 + y^2 - 3y - 4$.

Une équation du cercle de diamètre $[AB]$ est donc $x^2 + y^2 - 8x - 3y + 11 = 0$.

Autre méthode

Le cercle de diamètre $[AB]$ a pour centre le milieu K de $[AB]$ et pour rayon KA.

Or $K\left(4 ; \frac{3}{2}\right)$ donc $KA = \sqrt{(3 - 4)^2 + \left(-1 - \frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{29}{4}}$.

Une équation du cercle de diamètre $[AB]$ est $(x - 4)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{29}{4}$.

En développant le membre de gauche de cette équation, on retrouve l'équation précédente.