

128 1. Δ a pour vecteur normal $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$. Un autre vecteur normal est $-\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Une équation de Δ est donc de la forme $2x + y + c = 0$ où c est un nombre réel.

Le point $B(7 ; -1)$ est un point de Δ donc $2 \times 7 + (-1) + c = 0$, soit $c = -13$.

Une équation de Δ est bien **$2x + y - 13 = 0$** .

2. $\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = -1 \times (-4) + 2 \times (-2) = 0$.

$\vec{n}$ est orthogonal à $\overrightarrow{AC}$ donc $\vec{n}$ est un vecteur normal à la droite (AC).

Une équation de (AC) est donc de la forme $-x + 2y + c = 0$ où c est un nombre réel.

Le point $C(1 ; 4)$ est un point de (AC) donc $-1 + 2 \times 4 + c = 0$, soit $c = -7$.

Une équation de (AC) est **$-x + 2y - 7 = 0$** .

3. Les coordonnées de H vérifient $\begin{cases} 2x + y - 13 = 0 \\ -x + 2y - 7 = 0 \end{cases}$, ce qui équivaut à $\begin{cases} y = -2x + 13 \\ y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} \end{cases}$.

On en déduit que $-2x + 13 = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$.

Cette équation est équivalente à $-2x - \frac{1}{2}x = \frac{7}{2} - 13$

$$\text{donc à } -\frac{5}{2}x = -\frac{19}{2}.$$

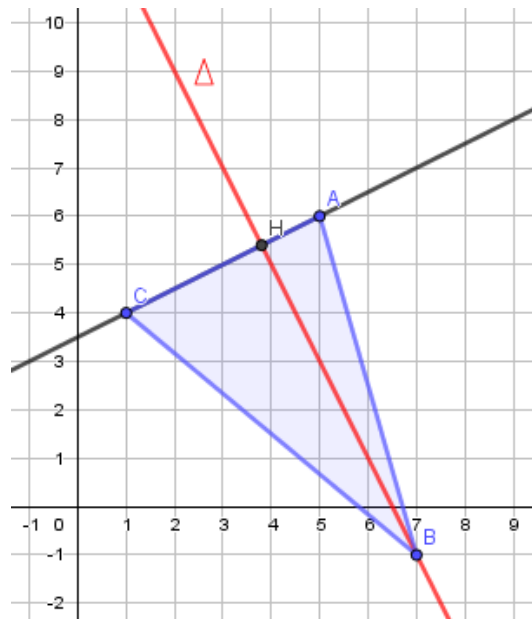
Par conséquent, $x = -\frac{19}{2} \times \left(-\frac{2}{5}\right) = \frac{19}{5}$ et $y = -2 \times \frac{19}{5} + 13 = \frac{27}{5}$.

Les coordonnées de H sont $\left(\frac{19}{5} ; \frac{27}{5}\right)$, soit (3,8 ; 5,4).

4. a. $BH = \sqrt{(3,8 - 7)^2 + (5,4 - (-1))^2} = \sqrt{(-3,2)^2 + 6,4^2} = \sqrt{51,2}$.

La distance BH est égale à $\sqrt{51,2}$, soit 7,2 à 0,1 près.

b.



L'aire du triangle ABC est égale à : $A = \frac{1}{2} \times AC \times BH$.

$\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -4 \\ -2 \end{pmatrix}$ donc $AC = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{20}$ et $BH = \sqrt{51,2}$

donc $A = \frac{1}{2} \times \sqrt{20} \times \sqrt{51,2}$

soit $A = \frac{1}{2} \times \sqrt{1024} = 16$.

L'aire du triangle ABC est égale à 16.