

22 1. D'après le théorème de Pythagore dans les triangles ABI rectangle en A et BCJ rectangle en C on a :

$$\begin{aligned} BI^2 &= AI^2 + AB^2 \\ &= \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1^2 \\ &= 1 + \frac{1}{4} \\ &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } BI &= \sqrt{\frac{5}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

De même,

$$\begin{aligned} BJ^2 &= CB^2 + CJ^2 \\ &= 1^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= 1 + \frac{1}{4} \\ &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Donc } BJ &= \sqrt{\frac{5}{4}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} \\ &= \frac{\sqrt{5}}{2} \end{aligned}$$

$$\text{Donc } BI = BJ = \frac{\sqrt{5}}{2}.$$

2. Dans le triangle BAI rectangle en A, on a :

$$\begin{aligned} \cos(\widehat{ABI}) &= \frac{AB}{BI} \\ &= \frac{1}{\frac{\sqrt{5}}{2}} \\ &= \frac{2}{\sqrt{5}} \end{aligned}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

À l'aide de la touche $\cos^{-1}$, acos ou arccos de la calculatrice en mode degrés, on obtient $\widehat{\text{ABI}} \approx 26,6^\circ$ au dixième de degré près.

Les triangles ABI et BCJ sont deux triangles ayant des côtés égaux deux à deux.

Donc ils sont superposables. On a donc : $\widehat{\text{JBC}} = \widehat{\text{ABI}} \approx 26,6^\circ$.

$$\text{Or } \widehat{\text{ABC}} = \widehat{\text{ABI}} + \widehat{\text{IBJ}} + \widehat{\text{JBC}} = 90^\circ$$

$$\text{Donc } \widehat{\text{IBJ}} = 90 - \widehat{\text{ABI}} - \widehat{\text{JBC}}$$

$$\approx 90^\circ - 2 \times 26,6^\circ$$

$$\approx 36,8^\circ.$$

$$\widehat{\text{IBJ}} \approx 37^\circ \text{ arrondi à l'unité.}$$

3. Dans le triangle BHJ rectangle en H, on a :

$$\begin{aligned} \cos(\widehat{\text{HBJ}}) &= \frac{\text{BH}}{\text{BJ}} \\ &= \frac{\text{BH}}{\frac{\sqrt{5}}{2}} \end{aligned}$$

Or on a : $\widehat{\text{HBJ}} = \widehat{\text{IBJ}}$ car H $\in$ (BI).

Donc

$$\cos(\widehat{\text{IBJ}}) = \frac{\text{BH}}{\frac{\sqrt{5}}{2}}$$

$$\cos(37^\circ) = \frac{2 \times \text{BH}}{\sqrt{5}}$$

$$\text{BH} = \frac{\sqrt{5} \times \cos(37^\circ)}{2}$$

$$\text{BH} \approx 0,9 \text{ à } 0,1 \text{ près}$$