

165 1. On calcule les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$:

$$\overrightarrow{DE} \begin{pmatrix} x_E - x_D \\ y_E - y_D \end{pmatrix} = \overrightarrow{DE} \begin{pmatrix} -1 - (-1) \\ -1 - 3 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DE} \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{DF} \begin{pmatrix} x_F - x_D \\ y_F - y_D \end{pmatrix} = \overrightarrow{DF} \begin{pmatrix} 5 - (-1) \\ 1 - 3 \end{pmatrix} = \overrightarrow{DF} \begin{pmatrix} 6 \\ -2 \end{pmatrix}$$

Puis on applique l'expression analytique du produit scalaire dans un repère orthonormé :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} &= 0 \times 6 + (-4) \times (-2) \\ &= 8 \end{aligned}$$

On calcule les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{EF}$:

$$\overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} x_F - x_E \\ y_F - y_E \end{pmatrix} = \overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 5 - (-1) \\ 1 - (-1) \end{pmatrix} = \overrightarrow{EF} \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$$

De plus $\overrightarrow{ED} = -\overrightarrow{DE}$ donc $\overrightarrow{ED} \begin{pmatrix} 0 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Puis on applique l'expression analytique du produit scalaire dans un repère orthonormé :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{EF} \cdot \overrightarrow{ED} &= 6 \times 0 + 2 \times 4 \\ &= 8 \end{aligned}$$

2. On applique la définition du produit scalaire : $\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = DE \times DF \times \cos(\widehat{EDF})$.

On calcule donc les normes des vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{DF}$.

$$\begin{aligned} DE &= \sqrt{0^2 + (-4)^2} \\ &= \sqrt{16} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} DF &= \sqrt{6^2 + (-2)^2} \\ &= \sqrt{40} \\ &= \sqrt{4 \times 10} \\ &= 2\sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\overrightarrow{DE} \cdot \overrightarrow{DF} = DE \times DF \times \cos(\widehat{EDF})$$

$$8 = 4 \times 2\sqrt{10} \times \cos(\widehat{EDF})$$

$$\cos(\widehat{EDF}) = \frac{8}{8\sqrt{10}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{10}}$$

$$= \frac{\sqrt{10}}{10}.$$

À l'aide de la touche $\cos^{-1}$, acos ou arcos de la calculatrice en mode degrés, on obtient : $\widehat{EDF} \approx 71,57^\circ$ soit 72° arrondi au degré près.

De même, on calcule la norme du vecteur $\overrightarrow{EF}$:

$$EF = \sqrt{6^2 + 2^2}$$

$$= 2\sqrt{10}$$

On remarque que $DF = EF$ donc le triangle DEF est isocèle en F.

On obtient donc $\widehat{DEF} = \widehat{EDF}$. Donc $\widehat{DEF} \approx 72^\circ$ arrondi au degré près.

La somme des mesures des angles dans un triangle est égale à 180° .

Donc $\widehat{DFE} + \widehat{EDF} + \widehat{DEF} = 180$

$$\widehat{DFE} = 180 - \widehat{EDF} - \widehat{DEF}$$

$$\approx 180 - 2 \times 71,57$$

$$= 36,86^\circ$$

Donc $\widehat{DFE} \approx 37^\circ$ arrondi au degré près.