

164 On décompose les vecteurs $\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{CI}$ en utilisant la relation de Chasles.

Puis on applique la bilinéarité du produit scalaire.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CI} &= (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA}) \cdot (\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DI}) \\ &= \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{DI} + \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{DI}\end{aligned}$$

ABCD est un carré donc les droites (CD) et (DI) sont perpendiculaires ainsi que les droites (DA) et (CD). Les vecteurs $\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{DI}$ d'une part, et $\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{CD}$ d'autre part, sont donc orthogonaux.

Leurs produits scalaires respectifs sont donc nuls.

Le point I est le milieu du segment [AD] donc $\overrightarrow{DI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CI} &= CD^2 + 0 + 0 + \overrightarrow{DA} \cdot \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{DA}\right) \\ &= CD^2 + \frac{1}{2}DA^2 \\ &= 1^2 + \frac{1}{2} \times 1^2 \\ &= 1 + \frac{1}{2} \\ &= \frac{3}{2}\end{aligned}$$

Fiona a donc raison.