

15 1. D'une part, $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{FH}$ car F est le milieu de [DH].

D'autre part, on a $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CH}$ donc $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CH}$ et ADHC est un parallélogramme.

Donc $\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{AC}$.

Or F est le milieu de [DH] et E est le milieu de [AC]. Donc $\overrightarrow{DF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DH}$ et $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

Conclusion : $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EC}$.

2. D'après la question précédente $\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{EC}$.

Le vecteur d'origine E égal à $\overrightarrow{DF}$ est le vecteur $\overrightarrow{EC}$.

3. On a $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{CH}$ et $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CH}$ donc $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{BC}$.

Le vecteur d'extrémité C égal à $\overrightarrow{DG}$ est le vecteur $\overrightarrow{BC}$.

4. $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{GH} = \overrightarrow{DG} + \overrightarrow{GH}$ (d'après la question précédente)
 $= \overrightarrow{DH}$ (d'après la relation de Chasles)

5. On a $\overrightarrow{DG} = \overrightarrow{BC}$ donc DGCB est un parallélogramme. D'après la règle du parallélogramme :

$$\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BG}.$$

Donc $\overrightarrow{BG}$ est un représentant de $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD}$.