

21 1. D'après l'énoncé, le triangle BCD est isocèle-rectangle en D, avec $BC = 2$.

D'après le théorème de Pythagore, on a $BC^2 = BD^2 + DC^2$.

Puisque $BD = DC$, on en déduit que $4 = 2BD^2$ soit $BD^2 = 2$

et comme BD est positive on obtient $CD = BD = \sqrt{2}$.

2. Le triangle BCD est isocèle-rectangle en D donc $\widehat{CBD} = \widehat{BCD} = 45^\circ$.

D'après la trigonométrie dans ce triangle rectangle, on a $\cos(\widehat{DBC}) = \frac{BD}{BC}$ soit $\cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

De manière équivalente, $\sin(\widehat{DBC}) = \frac{DC}{BC}$ donc $\sin(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

3. On en conclut que $\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ)$.