

24

a. Pour tout réel x de $[1 ; +\infty[$, $f'(x) = \frac{2(3x+1) - (2x-3) \times 3}{(3x+1)^2} = \frac{6x+2-6x+9}{(3x+1)^2}$

soit $f'(x) = \frac{11}{(3x+1)^2}$.

Pour tout réel x de $[1 ; +\infty[$, $f'(x) > 0$ (car $11 > 0$ et $(3x+1)^2 > 0$).

Donc f est croissante sur $[1 ; +\infty[$.

b. Pour tout réel x de $[1 ; +\infty[$, $f'(x) = -1 \times \sqrt{x} + (9-x) \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = -\sqrt{x} + \frac{9-x}{2\sqrt{x}}$.

On peut simplifier cette expression : $f'(x) = \frac{-2(\sqrt{x})^2 + 9 - x}{2\sqrt{x}} = \frac{-2x + 9 - x}{2\sqrt{x}} = \frac{-3x + 9}{2\sqrt{x}}$.

Pour tout réel x de $[1 ; +\infty[$, $2\sqrt{x} > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $-3x + 9$.

Ainsi, $f'(x)$ est positif sur $[1 ; 3]$ et négatif sur $[3 ; +\infty[$.

On déduit de la question précédente que :

f est croissante sur $[1 ; 3]$ et décroissante sur $[3 ; +\infty[$.