

175

1. L'ordonnée du point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse 0 est égale à 2 donc $f(0) = 2$.

$f'(0)$ est le coefficient directeur de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0, donc de T .

Par lecture graphique, le coefficient directeur de T est égal à -2 . Donc $f'(0) = -2$.

2. a. Pour tout réel x , $f'(x) = 0 + e^{-x} + (x + b) \times (-e^{-x})$.

Donc $f'(x) = e^{-x} - (x + b)e^{-x}$.

En factorisant par e^{-x} , on obtient :

$$f'(x) = (1 - b - x)e^{-x}.$$

b. $f(0) = 2$ donc $a + (0 + b)e^{-0} = 2$ soit $a + b = 2$.

$f'(0) = -2$ donc $(1 - b - 0)e^{-0} = -2$ soit $1 - b = -2$.

Les nombres a et b vérifient le système $\begin{cases} a + b = 2 \\ 1 - b = -2 \end{cases}$.

c. $1 - b = -2$ donc $-b = -2 - 1$ donc $b = 3$.

En remplaçant b par 3 dans la première égalité, on obtient : $a = 2 - b = 2 - 3$, soit $a = -1$.

Ainsi, $f(x) = -1 + (x + 3)e^{-x}$.

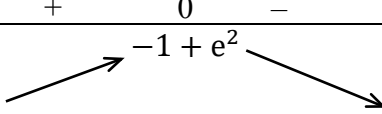
3. Pour tout réel x , $f'(x) = (1 - 3 - x)e^{-x}$ donc $f'(x) = (-2 - x)e^{-x}$.

Comme sur $\mathbb{R}$, $e^{-x} > 0$, le signe de $f'(x)$ est celui de $(-2 - x)$.

Ainsi, sur $]-\infty ; -2]$, $f'(x) \geq 0$

et sur $[-2 ; +\infty[$, $f'(x) \leq 0$.

4. a.

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$			

b. Le maximum de f sur $\mathbb{R}$ est égal à $-1 + e^2$.