

169

1. Pour tout réel x , $f'(x) = 2e^{2x} - 2e$.

$2e^{2x} - 2e \geq 0$ équivaut à $e^{2x} \geq e$

donc à $e^{2x} \geq e^1$

donc à $2x \geq 1$

soit à $x \geq \frac{1}{2}$.

Donc $f'(x)$ est positif sur $[\frac{1}{2} ; +\infty[$ et négatif sur $] -\infty ; \frac{1}{2}]$.

2. a. On déduit de la question précédente que :

f est décroissante sur $] -\infty ; \frac{1}{2}]$ et croissante sur $[\frac{1}{2} ; +\infty[$.

Par conséquent, la fonction f admet un minimum en $\frac{1}{2}$.

b. Le minimum de f est égal à $f\left(\frac{1}{2}\right)$ donc à : $e^{2 \times \frac{1}{2}} - e + 3 = 3$.

Ainsi, pour tout réel x , $f(x) \geq 3 > 0$ donc $f(x) > 0$ sur $\mathbb{R}$.