

164

a. $e < e^{x-3}$ équivaut à $e^1 < e^{2x+3}$

donc à $1 < 2x + 3$

soit à $-2 < 2x$.

Cette inéquation est équivalente à $x > -1$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $e < e^{x-3}$ est $] -1 ; +\infty[$.

b. $e^{1-x} - e^{4-5x} \geq 0$ équivaut à $e^{1-x} \geq e^{4-5x}$

donc à $1 - x \geq 4 - 5x$

soit à $4x \geq 3$.

Cette inéquation est équivalente à $x \geq \frac{3}{4}$.

L'ensemble des solutions de l'inéquation $e^{1-x} - e^{4-5x} \geq 0$ est $[\frac{3}{4} ; +\infty[$.

c. On étudie le signe de chaque facteur.

• $1 - e^{x+1} \geq 0$ équivaut à $e^0 \geq e^{x+1}$

donc à $0 \geq x + 1$

soit à $x \leq -1$.

Donc $1 - e^{x+1}$ est positif sur $] -\infty ; -1]$ et négatif sur $[-1 ; +\infty[$.

• $1 - e^{-x+1} \geq 0$ équivaut à $e^0 \geq e^{-x+1}$

donc à $0 \geq -x + 1$

soit à $x \geq 1$.

Donc $1 - e^{-x+1}$ est positif sur $[1 ; +\infty[$ et négatif sur $] -\infty ; 1]$.

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$1 - e^{x+1}$	+	0	-	-
$1 - e^{-x+1}$	-	-	0	+
Produit	-	0	+	-

L'ensemble des solutions de l'inéquation $(1 - e^{x+1})(1 - e^{-x+1}) \geq 0$ est $[-1 ; 1]$.

d. On étudie le signe du numérateur et du dénominateur.

- Pour tout réel x , $-1 < 0$ et $-e^x < 0$ donc $-1 - e^x < 0$ (car somme de deux nombres négatifs).

- $7e^x + xe^x = (7 + x)e^x$

Pour tout réel x , $e^x > 0$ donc $(7 + x)e^x$ a le même signe que $(7 + x)$.

Donc $7e^x + xe^x$ est négatif sur $] -\infty ; -7]$ et positif sur $[-7 ; +\infty[$.

x	$-\infty$	-7	$+\infty$
$-1 - e^x$	-		-
$7e^x + xe^x$	-	0	+
Quotient	+		-

L'ensemble des solutions de l'inéquation $\frac{-1 - e^x}{7e^x + xe^x} \leq 0$ est $] -7 ; +\infty[$.