

19 1. $x^2 + x - 1$ est un polynôme du second degré, son discriminant est $\Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5$.

Le trinôme a deux racines :

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2 \times 1} = \frac{-1 - \sqrt{5}}{2} \text{ et } x_2 = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}.$$

Le trinôme $x^2 + x - 1$ est du signe du coefficient de x^2 à l'extérieur des racines, c'est-à-dire du signe de 1, et du signe opposé à l'intérieur des racines. On en déduit le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$	$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	$+\infty$	
x^2+x-1	+	0	-	0	+

2. a. $(x-1)(x^2+x-1) = x^3 + x^2 - x - x^2 - x + 1 = x^3 - 2x + 1 = g(x)$.

b. Le signe de g est le produit des signes de $x-1$ et de x^2+x-1 .

De plus, $x-1 \geq 0$ équivaut à $x \geq 1$.

On en déduit le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$	$\frac{-1-\sqrt{5}}{2}$	$\frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	1	$+\infty$
$x-1$	-	-	-	0	+
x^2+x-1	+	0	-	0	+
$g(x)$	-	0	+	0	+