

137 1. $f(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 15$ donc $f'(x) = -2 \times 3x^2 + 3 \times 2x + 12 \times 1 + 0 = -6x^2 + 6x + 12$.

2. a. Une équation de T est $y = f'(1)(x - 1) + f(1)$ avec :

- $f'(1) = -6 \times 1^2 + 6 \times 1 + 12 = -6 + 6 + 12 = 12$
- $f(1) = -2 \times 1^3 + 3 \times 1^2 + 12 \times 1 + 15 = -2 + 3 + 12 + 15 = 28$.

L'équation réduite de T est donc $y = 12(x - 1) + 28$ soit $y = 12x + 16$.

b. $f(1,01) = f(1 + 0,01)$. Comme 0,01 est proche de 0, alors $f(1) + 0,01 \times f'(1)$ est une approximation de $f(1,01)$.
D'où $f(1,01) \approx 28 + 0,01 \times 12$ soit $f(1,01) \approx 28,12$.

3. a. On a $g(x) = -2x^3 + 3x^2 + 12x + 15 - (12x + 16) = -2x^3 + 3x^2 - 1$.

Alors $g'(x) = -6x^2 + 6x = 6x(-x + 1)$.

$g'(x)$ est un polynôme du second degré dont les racines sont 0 et 1.

g est du signe du coefficient de x^2 (de valeur -6) à l'extérieur de l'intervalle des racines.

On en déduit le tableau de signes de $g'(x)$ ainsi que le tableau de variation de g :

x	-2	0	1	3	
$g'(x)$	-	0	+	0	-
$g(x)$	27			0	-28

De plus,

- $g(-2) = -2 \times (-2)^3 + 3 \times (-2)^2 - 1 = 16 + 12 - 1 = 27$
- $g(0) = -2 \times 0^3 + 3 \times 0^2 - 1 = -1$
- $g(1) = -2 \times 1^3 + 3 \times 1^2 - 1 = -2 + 3 - 1 = 0$
- $g(3) = -2 \times 3^3 + 3 \times 3^2 - 1 = -2 \times 27 + 3 \times 9 - 1 = -54 + 27 - 1 = -28$.

b. $g\left(\frac{-1}{2}\right) = -2 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^3 + 3 \times \left(\frac{-1}{2}\right)^2 - 1$
 $= -2 \times \left(\frac{-1}{8}\right) + 3 \times \frac{1}{4} - 1$
 $= \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 1$
 $= 0$

La fonction g est strictement décroissante sur $[-2 ; 0]$, avec $g(\frac{-1}{2}) = 0$

donc g est positive sur $[-2 ; \frac{-1}{2}]$ et négative sur $[\frac{-1}{2} ; 0]$.

De plus, le maximum de g sur $[0 ; 3]$ est 0 donc g est négative sur cet intervalle.

On en déduit le tableau de signes de g :

x	2	$\frac{-1}{2}$	1	3	
$g(x)$	+	0	-	0	-

c. T est au-dessus de C sur $[-2 ; -0,5]$ et au-dessous sur $[-0,5 ; 3]$.

Ces deux courbes se coupent aux points d'abscisses $-0,5$ et 1 .