

Je me prépare à l'évaluation

133 1. a. $B(x) = -x^2 + 20x - 64$ donc $B'(x) = -2x + 20 \times 1 - 0 = -2x + 20$.

$B'(x) \geq 0$ équivaut à $-2x + 20 \geq 0$ donc à $-2x \geq -20$ soit à $x \leq 10$.

On en déduit son tableau de signes, ainsi que le tableau de variation de B sur $[4 ; 16]$:

x	4	10	16
$B'(x)$	+	0	-
$B(x)$	0	36	0

b. En produisant et vendant 10 tonnes d'engrais, l'entreprise réalise un bénéfice journalier maximal de 36 centaines d'euros, soit 3 600 euros par jour.

2. a. $f(x) = \frac{B(x)}{x}$ avec $\begin{cases} B(x) = -x^2 + 20x - 64 & \text{et} & B'(x) = -2x + 20 \\ v(x) = x & \text{et} & v'(x) = 1 \end{cases}$.

$$\text{Donc } f'(x) = \frac{B'(x) \times v(x) - v'(x) \times B(x)}{[v(x)]^2} = \frac{x(-2x + 20) - 1(-x^2 + 20x - 64)}{x^2} = \frac{-2x^2 + 20x + x^2 - 20x + 64}{x^2} = \frac{64 - x^2}{x^2}.$$

b. On a $f'(x) = \frac{(8 - x)(8 + x)}{x^2}$.

Sur l'intervalle $[4 ; 16]$, $x^2 > 0$ et $8 + x > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $8 - x$.

Or $8 - x \geq 0$ équivaut à $8 \geq x$.

On en déduit le tableau de signes de $f'(x)$ ainsi que le tableau de variation de f :

x	4	8	16
$f'(x)$	+	0	-
$f(x)$	0	4	0

Le bénéfice total et le bénéfice unitaire ne sont donc pas maximaux pour la même production d'engrais.