

130 1. $f(x) = \frac{4x+7}{x^2+2}$ avec $\begin{cases} u(x) = 4x+7 & \text{et} & u'(x) = 4 \\ v(x) = x^2+2 & \text{et} & v'(x) = 2x \end{cases}$

Donc $f'(x) = \frac{u'(x) \times v(x) - v'(x) \times u(x)}{[v(x)]^2} = \frac{4(x^2+2) - 2x(4x+7)}{(x^2+2)^2} = \frac{4x^2+8-8x^2-14x}{(x^2+2)^2} = \frac{-4x^2-14x+8}{(x^2+2)^2}$.

Sur $[-5 ; 1]$, on a $(x^2+2)^2 > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $N(x) = -4x^2 - 14x + 8$.

Le discriminant de ce polynôme du second degré est $\Delta = (-14)^2 - 4 \times (-4) \times 8 = 196 + 128 = 324$.

Puisque $\Delta > 0$, $N(x)$ a deux racines réelles distinctes :

$$x_1 = \frac{-(-14) - \sqrt{324}}{2 \times (-4)} = \frac{1}{2} \text{ et } x_2 = \frac{14 + \sqrt{324}}{2 \times (-4)} = -4.$$

Le signe de $N(x)$ est celui du coefficient de x^2 (de valeur -4) à l'extérieur de l'intervalle des racines.

On en déduit le tableau de signes de $f'(x)$ ainsi que le tableau de variation de f sur $[-5 ; 1]$:

x	-5	-4	$\frac{1}{2}$	1			
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$		
$f(x)$	$\frac{-13}{27}$	$\searrow$	$\frac{-1}{2}$	$\nearrow$	4	$\searrow$	$\frac{11}{3}$

2. Sur l'intervalle $[-5 ; 1]$, le minimum de f est $\frac{-1}{2}$, il est atteint pour $x = -4$.

3. Sur l'intervalle $[-5 ; 1]$, le maximum de f est 4 , il est atteint pour $x = \frac{1}{2}$.