

129 1. Vrai.

En effet, $f(x) = \frac{3x+9}{x+2}$ avec $\begin{cases} u(x) = 3x+9 & \text{et } u'(x) = 3 \\ v(x) = x+2 & \text{et } v'(x) = 1 \end{cases}$

$$\text{Donc } f'(x) = \frac{u'(x) \times v(x) - v'(x) \times u(x)}{[v(x)]^2} = \frac{3(x+2) - 1(3x+9)}{(x+2)^2} = \frac{3x+6-3x-9}{(x+2)^2} = \frac{-3}{(x+2)^2}.$$

Sur l'intervalle $[1; 3]$, on a $-3 < 0$ et $(x+2)^2 > 0$ donc $f'(x) < 0$.

Dès lors, f est strictement décroissante sur $[1; 3]$: son maximum est bien atteint en 1.

2. Vrai.

En effet, $g(x) = \sqrt{x} - x$ donc $g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} - 1 = \frac{1-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$.

Sur l'intervalle $]0; +\infty[$, $2\sqrt{x} > 0$ donc $g'(x)$ est du signe de $1 - 2\sqrt{x}$.

On résout l'inéquation $1 - 2\sqrt{x} \geq 0$ sur cet intervalle. Elle équivaut à $-2\sqrt{x} \geq -1$ soit à $\sqrt{x} \leq \frac{1}{2}$.

Puisque $\sqrt{x} > 0$ sur $]0; +\infty[$, l'inéquation équivaut à $(\sqrt{x})^2 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^2$ car la fonction carrée est croissante sur cet intervalle. Cela équivaut à $x \leq \frac{1}{4}$.

On en déduit le tableau de signes de $g'(x)$, ainsi que le tableau de variation de g :

x	0	$\frac{1}{4}$	$+\infty$
$g'(x)$		+	0
$g(x)$			

Par conséquent, g admet bien un maximum en 0,25.