

130 a. f est la somme de trois fonctions dérivables sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ donc f est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

et pour tout x non nul, $f'(x) = 8x^7 - 20x^4 - \frac{21}{x^8} = 8x^7 - 20x^4 - \frac{21}{x^8}$.

b. g est l'inverse de la fonction v définie sur $\mathbb{R}$ par $v(x) = 3x^4 + 1$.

Pour tout x réel, $v(x) \neq 0$ donc g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, comme $v'(x) = 12x^3$ et $\left(\frac{1}{v}\right)' = -\frac{v'}{v^2}$,

on a, pour tout x réel, $g'(x) = -\frac{12x^3}{(3x^4 + 1)^2}$.

c. h est somme de deux fonctions u et v dérivables sur $\mathbb{R}$: $u(x) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{x^4}$ et $v(x) = 1$ donc h est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout x réel, on a alors $h'(x) = u'(x) + v'(x) = \frac{1}{3} \times \frac{-4}{x^5} + 0 = -\frac{4}{3x^5}$.

d. k est produit de deux fonctions : $u(x) = 2x + 7$ et $v(x) = \sqrt{x}$.

v , la fonction racine, est dérivable sur $]0 ; +\infty[$ et u est dérivable sur $\mathbb{R}$ donc la fonction k est dérivable sur $]0 ; +\infty[$.

Pour tout $x > 0$, on a $u'(x) = 2$ et $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

On en déduit que :

$$k'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = 2\sqrt{x} + (2x + 7) \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{(2\sqrt{x})^2 + 2x + 7}{2\sqrt{x}} = \frac{4x + 2x + 7}{2\sqrt{x}} = \frac{6x + 7}{2\sqrt{x}}.$$