

169 a. On cherche si $f(x)$ a des racines.

On calcule le discriminant de $f(x)$:

$$\Delta = 12^2 - 4 \times 5 \times (-9) = 324.$$

Comme $\Delta > 0$, le polynôme $f(x)$ a deux racines :

$$x_1 = \frac{-12 - \sqrt{324}}{2 \times 5} = \frac{-12 - 18}{10} = -3 \text{ et } x_2 = \frac{-12 + \sqrt{324}}{2 \times 5} = \frac{-12 + 18}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}.$$

Ainsi f est factorisable : $f(x) = 5(x + 3) \left(x - \frac{3}{5}\right)$ pour tout réel x .

b. Pour tout réel x , $h(x) = x(-11x - 1)$.

On peut aussi écrire $h(x) = -x(11x + 1)$.

c. On cherche si $g(x)$ a des racines.

On calcule le discriminant de $g(x)$:

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 16 \times 1 = 0.$$

Comme $\Delta = 0$, le polynôme $f(x)$ a une seule racine : $\alpha = \frac{-(-8)}{2 \times 16} = \frac{1}{4}$.

Ainsi g est factorisable : $g(x) = 16 \left(x - \frac{1}{4}\right)^2$ pour tout réel x .

d. On cherche si $p(x)$ a des racines.

On calcule le discriminant de $p(x)$:

$$\Delta = 1^2 - 4 \times (-2) \times (-1) = -7.$$

Comme $\Delta < 0$, le polynôme $p(x)$ n'a pas de racine dans $\mathbb{R}$, ce polynôme n'est donc pas factorisable en produit de facteurs du premier degré.

e. Pour tout réel x , $k(x) = 25x^2 - 9 = (5x)^2 - 3^2 = (5x - 3)(5x + 3)$.

f. On reconnaît ici une identité remarquable, pour tout réel x :

$$d(x) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2.$$