

Fiche n° 2 – Calcul numérique et calcul littéral – pp. 304 - 305

Calculer avec des puissances

1. b. Pour comparer A et B , on peut déterminer l'ordre de grandeur de B .

Pour cela, on commence par simplifier l'écriture du numérateur de B :

$$B = \frac{(2 \times 10^{-2})^6}{5 \times 10^{-5}}$$

$$B = \frac{2^6 \times (10^{-2})^6}{5 \times 10^{-5}} \quad \text{car } (a \times b)^n = a^n \times b^n$$

$$B = \frac{2^6 \times 10^{-2 \times 6}}{5 \times 10^{-5}} \quad \text{car } (a^n)^m = a^{n \times m}$$

$$B = \frac{2^6 \times 10^{-12}}{5 \times 10^{-5}}$$

On regroupe les puissances de 10 :

$$B = \frac{64}{5} \times \frac{10^{-12}}{10^{-5}}$$

$$B = 12,8 \times 10^{-12 - (-5)} \quad \text{car } \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$B = 12,8 \times 10^{-12+5}$$

$$B = 12,8 \times 10^{-7}$$

L'écriture scientifique de B est : $1,28 \times 10^{-6}$ car $12,8 \times 10^{-7} = 1,28 \times 10 \times 10^{-7} = 1,28 \times 10^{-6}$.

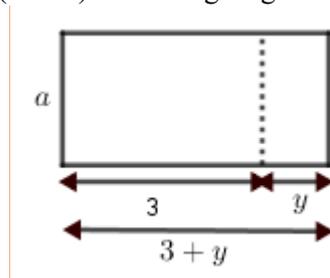
Donc l'ordre de grandeur de B est 10^{-6} .

Or l'ordre de grandeur de A est : 10^{-10} .

Comme $10^{-6} > 10^{-10}$, on a : $B > A$.

Utiliser une expression littérale

2. b. Les dimensions (en cm) du rectangle agrandi sont a et $3 + y$.



Donc l'aire A de ce rectangle est : $A = a(3 + y)$ (*)

Pour exprimer y en fonction de A et de a , on peut commencer par développer l'expression de A :

$$A = 3a + ay.$$

En soustrayant $3a$ dans chaque membre de l'égalité, on obtient : $ay = A - 3a$.

Puis en divisant chaque membre de l'égalité par a , qui est non nul, on obtient : $y = \frac{A - 3a}{a}$.

L'expression de y en fonction de A et de a est : $y = \frac{A - 3a}{a}$.

Remarque : on aurait pu commencer par diviser chaque membre de l'égalité (*) par a :

$$\frac{A}{a} = \frac{a(3+y)}{a}, \text{ soit } \frac{A}{a} = 3 + y.$$

$$3 + y = \frac{A}{a} \text{ donc } y = \frac{A}{a} - 3.$$

Les deux expressions sont bien égales puisque $y = \frac{A}{a} - \frac{3a}{a} = \frac{A-3a}{a}$.

Résoudre une équation

3. b. $2x^5 = 500$ équivaut à $\frac{2x^5}{2} = \frac{500}{2}$ (on divise chaque membre de l'égalité par 2)
donc à $x^5 = 250$.

Ceci est équivalent à $x = 250^{\frac{1}{5}}$

La solution de l'équation est $250^{\frac{1}{5}}$, soit environ **3,017 à 0,001 près**.

Résoudre une inéquation

4. b. On réalise un tableau de valeurs avec une calculatrice.

Comme on cherche un nombre entier, on choisit un pas égal à 1.

Dans le menu **Table**, on entre : $Y_1 = 2^X$ (touches $\boxed{2}$ $\boxed{\wedge}$ $\boxed{X,T,\theta}$ ou $\boxed{2}$ $\boxed{x^y}$ $\boxed{x,n,t}$).

X	Y1			
15	32768			
16	65536			
17	131072			
18	262144			
19	524288			
20	1.05E6			
21	2.1E6			
22	4.19E6			
23	8.39E6			
24	1.68E7			
25	3.36E7			

$Y_1=1048576$

$2^{19} = 524\,288$ et $2^{20} = 1\,048\,576 = 1,048\,576 \times 10^6$.

$2^{19} < 10^6$ et $2^{20} \geq 10^6$

Le plus petit entier naturel n tel que $2^n \geq 10^6$ est **20**.