161 Pour tout nombre réel t de l'intervalle $[0 ; +\infty[$, $f(t) = 30 - 10\mathrm{e}^{-0,1t}$.

1. a. Pour déterminer la température du lubrifiant à l'arrêt, on calcule $f(0)$.
$f(0) = 30 - 10\mathrm{e}^{0} = 30 - 10 \times 1 = 20$. Donc la température du lubrifiant à l'arrêt est de 20 °C.

b. Pour déterminer la température du lubrifiant au bout de vingt-quatre heures, on calcule $f(24)$.
$f(24) = 30 - 10\mathrm{e}^{-2,4} \approx 29$. Donc la température du lubrifiant au bout de 24 heures est d'environ 29 °C.

2. a. La fonction e^{u} est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est la fonction $u'\mathrm{e}^{u}$.
On pose pour tout nombre $t \geqslant 0$, $g(t) = -10\mathrm{e}^{-0,1t} = -10\mathrm{e}^{u(t)}$
avec $u(t) = -0,1t$, on a $u'(t) = -0,1$ et $g'(t) = -10 \times (-0,1) \times \mathrm{e}^{-0,1t} = \mathrm{e}^{-0,1t}$.
Ainsi pour tout $t \geqslant 0$, $f'(t) = 0 + g'(t) = \mathrm{e}^{-0,1t}$.

b. Pour tout $t \geqslant 0$, $\mathrm{e}^{-0,1t} > 0$ donc, pour tout $t \geqslant 0$, $f'(t) > 0$, et donc f est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

3. La température moyenne du lubrifiant entre la cinquième et la dixième heure de fonctionnement se calcule par la formule $\frac{1}{10-5}\int_5^{10} f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{5}\int_5^{10} f(t)\mathrm{d}t$.
Déterminons une primitive F de f sur $[0 ; +\infty[$.
Pour tout réel $t \geqslant 0$, $f(t) = 30 - 10\mathrm{e}^{-0,1t} = 30 - 100 \times 0,1 \times \mathrm{e}^{-0,1t}$. Or une primitive de $u'\mathrm{e}^{u}$ est e^{u}, donc une primitive de $-0,1 \times \mathrm{e}^{-0,1t}$ est $\mathrm{e}^{-0,1t}$.
Une primitive F de f sur $[0 ; +\infty[$ est donnée par $F(t) = 30t + 100\mathrm{e}^{-0,1t}$.
$\frac{1}{5}\int_5^{10} f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{5}\big(F(10) - F(5)\big) \approx 25$: la température moyenne du lubrifiant entre la cinquième et la dixième heure de fonctionnement est environ de 25 °C.