Chapitre 2
Fonctions exponentielles
et fonction logarithme décimal

Revoir des points essentiels

176 A = $\log(x^3) + \log(y^{11}) = 3\log(x) + 11\log(y)$.

B = $\log(10^{-5}) + \log(x^8) = -5 + 8\log(x)$.

C = $\log(10x) - \log(y) = \log(10) + \log(x) - \log(y) = 1 + \log(x) - \log(y)$.

D = $\log(x) - \log(10^3y^2)$
donc D = $\log(x) - (\log(10^3) + \log(y^2))$
donc D = $\log(x) - \log(10^3) - \log(y^2)$
donc D = $\log(x) - 3 - 2\log(y)$.

E = $\log(y) + \log(x^2) - \log(10) + \log(10) + \log(y^2) - \log(x)$
donc E = $\log(y) + 2\log(x) + 2\log(y) - \log(x)$
donc E = $3\log(y) + \log(x)$.
On peut également faire le calcul de la manière suivante :
E = $\log\left(y \times \frac{x^2}{10} \times 10 \times \frac{y^2}{x}\right)$
donc E = $\log\left(y \times x^2 \times \frac{y^2}{x}\right) = \log(y^3x)$,
donc E = $\log(y^3) + \log(x)$
donc E = $3\log(y) + \log(x)$.

177 F = $3 + 2\log(0{,}1a) - 4\log(a^2)$
F = $3 + 2(\log(0{,}1) + \log(a)) - 4 \times 2\log(a)$
F = $3 + 2\log(0{,}1) + 2\log(a) - 8\log(a)$
F = $3 - 2 + 2\log(a) - 8\log(a)$ car $\log(0{,}1) = \log(10^{-1}) = -1$
F = $1 - 6\log(a)$.

178 **a.** Pour tout réel x, $7^x = 720$ équivaut à $\log(7^x) = \log(720)$
et donc à $x\log(7) = \log(720)$.
Ceci équivaut à : $x = \frac{\log(720)}{\log(7)}$.

L'équation $7^x = 720$ a une solution : $\frac{\log(720)}{\log(7)}$.

b. Pour tout réel x, $1{,}7^x = 0{,}1$ équivaut à $\log(1{,}7^x) = \log(0{,}1)$

et donc à $x\log(1{,}7) = \log(0{,}1)$.

Ceci équivaut à : $x = \frac{\log(0{,}1)}{\log(1{,}7)}$.

Or $\log(0{,}1) = \log(10^{-1}) = -1$.

L'équation $1{,}7^x = 0{,}1$ a une solution : $-\frac{1}{\log(1{,}7)}$.

c. Pour tout réel x, $0{,}5^x = 10$ équivaut à $\log(0{,}5^x) = \log(10)$

et donc à $x\log(0{,}5) = \log(10)$.

Ceci équivaut à : $x = \frac{\log(10)}{\log(0{,}5)}$.

Or $\log(10) = 1$.

L'équation $0{,}5^x = 10$ a une solution : $\frac{1}{\log(0{,}5)}$.

d. Pour tout réel x, $3 + 0{,}2^x = 3{,}4$ équivaut à $0{,}2^x = 0{,}4$ et donc à $\log(0{,}2^x) = \log(0{,}4)$.

Ceci équivaut à $x\log(0{,}2) = \log(0{,}4)$.

et donc à $x = \frac{\log(0{,}4)}{\log(0{,}2)}$.

L'équation $3 + 0{,}2^x = 3{,}4$ a une solution : $\frac{\log(0{,}4)}{\log(0{,}2)}$.

e. Pour tout réel x, $2 \times 10^x = 9$ équivaut à $10^x = 4{,}5$

et donc à $x = \log(4{,}5)$.

L'équation $2\times 10^x = 9$ a une solution : $\log(4{,}5)$.

179 **a.** Pour tout réel $x > 0$, $x^{1{,}5} = 3$ équivaut à $\log(x^{1{,}5}) = \log(3)$

et donc à $1{,}5\log(x) = \log(3)$

soit à $\log(x) = \frac{\log(3)}{1{,}5}$.

Ceci est équivalent à $x = 10^{\frac{\log(3)}{1{,}5}}$.

L'équation $x^{1{,}5} = 3$ a une solution : $10^{\frac{\log(3)}{1{,}5}}$.

b. Pour tout réel $x > 0$, $x^{7{,}8} = 321$ équivaut à $\log(x^{7{,}8}) = \log(321)$

et donc à $7{,}8\log(x) = \log(321)$

soit à $\log(x) = \frac{\log(321)}{7{,}8}$.

Ceci est équivalent à $x = 10^{\frac{\log(321)}{7{,}8}}$.

L'équation $x^{7{,}8} = 321$ a une solution : $10^{\frac{\log(321)}{7{,}8}}$.

c. Pour tout réel $x > 0$, $x^9 = 11$ équivaut à $\log(x^9) = \log(11)$

et donc à $9\log(x) = \log(11)$

soit à $\log(x) = \frac{\log(11)}{9}$.

Ceci est équivalent à $x = 10^{\frac{\log(11)}{9}}$

et donc à $x = 10^{\log\left(11^{\frac{1}{9}}\right)}$

soit à $x = 11^{\frac{1}{9}}$.

L'équation $x^9 = 11$ a une solution : $11^{\frac{1}{9}}$.

On peut également utiliser la propriété :

Pour a réel strictement positif et n entier, $a^n = b$ équivaut à $a = b^{\frac{1}{n}}$.

d. Pour tout réel $x > 0$, $7 + x^{0,5} = 100$ équivaut à $x^{0,5} = 93$

et donc à $\log(x^{0,5}) = \log(93)$

et donc à $0,5\log(x) = \log(93)$

soit à $\log(x) = \frac{\log(93)}{0,5}$.

Ceci est équivalent à $x = 10^{\frac{\log(93)}{0,5}}$.

Or $\frac{\log(93)}{0,5} = 2\log(93) = \log(93^2) = \log(8\,649)$.

Donc l'équation est équivalente à $x = 10^{\log(8\,649)} = 8\,649$.

L'équation $7 + x^{0,5} = 100$ a une solution : 8 649.

e. Pour tout réel $x > 0$, $3 \times x^{9,1} = 300$ équivaut à $x^{9,1} = 100$

et donc à $\log(x^{9,1}) = \log(100)$

et donc à $9,1\log(x) = 2$ car $\log(100) = 2$.

Ceci équivaut à $\log(x) = \frac{2}{9,1}$

et donc à $x = 10^{\frac{2}{9,1}}$.

L'équation $3 \times x^{9,1} = 300$ a une solution : $10^{\frac{2}{9,1}}$.