

117 1. a. La variable aléatoire D_1 est la durée d'attente, en minutes, avant qu'un client Internet puisse joindre un opérateur. Donc la durée d'attente moyenne que peut espérer un client est égale à l'espérance de D_1 , c'est-à-dire $E(D_1)$.

Or, D_1 suit la loi exponentielle de paramètre 0,6, donc $E(D_1) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,6} = \frac{5}{3}$.

Ainsi, la durée d'attente moyenne est de $\frac{5}{3}$ minutes.

Or, $\frac{5}{3} = \frac{3}{3} + \frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}$. De plus, $\frac{2}{3}$ d'une minute est égal à 40 secondes.

En effet, le tiers d'une minute, c'est-à-dire le tiers de 60 secondes, est égal à 20 secondes.

Ainsi, la durée d'attente moyenne est de 1 minute et 40 secondes.

b. La probabilité que la durée d'attente d'un client Internet soit inférieure à 5 minutes est $P(D_1 < 5)$. De plus, D_1 suit la loi exponentielle de paramètre 0,6, donc $P(D_1 < 5) = 1 - e^{-5 \times 0,6} = 1 - e^{-3} \approx 0,950$.

Donc la probabilité qu'un client Internet attende moins de 5 minutes avant de pouvoir joindre un opérateur est environ égale à 0,950.

2. a. La variable aléatoire D_2 suit la loi exponentielle de paramètre λ , donc $P(D_2 \leq 4) = 1 - e^{-4\lambda}$.

Or, d'après l'énoncé $P(D_2 \leq 4) = 0,798$. Cette égalité est donc équivalente à $1 - e^{-4\lambda} = 0,798$ soit $-e^{-4\lambda} = -0,202$, soit $e^{-4\lambda} = 0,202$.

Ceci équivaut à $-4\lambda = \ln(0,202)$, soit $\lambda = -\frac{\ln(0,202)}{4} \approx 0,400$.

Donc le paramètre de la loi exponentielle suivie par D_2 est environ égal à 0,400.

b. On doit calculer $P(D_2 > 5)$ et vérifier si le résultat est inférieur à 10 %, c'est-à-dire 0,1.

Or, $P(D_2 > 5) = 1 - P(D_2 \leq 5)$.

D_2 suit la loi exponentielle de paramètre 0,4, donc $P(D_2 \leq 5) = 1 - e^{-5 \times 0,4} = 1 - e^{-2}$.

Donc $P(D_2 > 5) = 1 - (1 - e^{-2}) = 1 - 1 + e^{-2} = e^{-2} \approx 0,135$.

Ainsi, $P(D_2 > 5) > 0,1$, donc on ne peut pas considérer que moins de 10 % des clients mobile attendent plus de 5 minutes avant de joindre un opérateur.