

**115 1.** La variable aléatoire  $T$  est égale à la durée de vie, en mois, d'un chronomètre. La durée de vie moyenne d'un chronomètre est donc égale à l'espérance de  $T$ , notée  $E(T)$ . De plus,  $T$  suit la loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 0,0555$ , donc  $E(T) = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{0,0555} \approx 18$ . La durée de vie moyenne d'un chronomètre est donc environ de 18 mois.

**2.** La probabilité qu'un chronomètre ait une durée de vie comprise entre un an et deux ans est égale à la probabilité qu'un chronomètre ait une durée de vie comprise entre 12 et 24 mois, soit  $P(12 \leq T \leq 24)$ . Comme  $T$  suit la loi exponentielle de paramètre  $\lambda = 0,0555$ , on a  $P(12 \leq T \leq 24) = e^{-12\lambda} - e^{-24\lambda} = e^{-12 \times 0,0555} - e^{-24 \times 0,0555} = e^{-0,666} - e^{-1,332}$  soit  $P(12 \leq T \leq 24) \approx 0,250$ .  
Donc la probabilité qu'un chronomètre ait une durée de vie comprise entre un an et deux ans est environ égale à 0,250.

**3.** Un entraîneur n'a pas changé son chronomètre depuis deux ans. Donc ce chronomètre a une durée de vie supérieure ou égale à 24 mois, c'est-à-dire que l'évènement  $\{T \geq 24\}$  est réalisé. On cherche à calculer dans ces conditions la probabilité que ce chronomètre fonctionne encore un an de plus, soit 12 mois de plus.

On cherche donc à calculer la probabilité de l'évènement  $\{T \geq 24 + 12\}$  sachant que l'évènement  $\{T \geq 24\}$  est réalisé, c'est-à-dire  $P_{T \geq 24}(T \geq 24 + 12)$ .

Or,  $T$  suit une loi exponentielle, donc d'après la propriété d'absence de mémoire :

$$P_{T \geq 24}(T \geq 24 + 12) = P(T \geq 12).$$

$$\text{Or, } P(T \geq 12) = 1 - P(T < 12) = 1 - P(T \leq 12).$$

$$\text{Mais } P(T \leq 12) = 1 - e^{-12\lambda} = 1 - e^{-12 \times 0,0555} = 1 - e^{-0,666}.$$

$$\text{Ainsi, } P(T \geq 12) = 1 - (1 - e^{-0,666}) = 1 - 1 + e^{-0,666} = e^{-0,666}.$$

$$\text{Par conséquent, } P_{T \geq 24}(T \geq 24 + 12) = e^{-0,666} \approx 0,514.$$

Donc la probabilité qu'un chronomètre soit encore en état de fonctionnement un an de plus sachant qu'il a fonctionné pendant deux ans est environ égale à 0,514.