110 **1.** Il y a six multiples de 3 inférieurs à 20 : 3, 6, 9, 12, 15 et 18. Toutes les faces étant équiprobables, la probabilité d'obtenir un bonus est donc $\frac{6}{20} = \frac{3}{10} = 0{,}3$.

2. Si le joueur obtient le bonus à la fin de son deuxième tour c'est qu'il ne l'a pas obtenu au premier (probabilité valant 0,7) puis qu'il l'a obtenu au second (probabilité valant 0,3) ; ainsi la probabilité vaut $0{,}7 \times 0{,}3 = 0{,}21$.

3. La variable aléatoire X compte le nombre de répétitions nécessaires de l'expérience jusqu'à l'obtention du succès « obtenir un bonus ». Elle prend ses valeurs dans l'ensemble des entiers non nuls. La probabilité de succès vaut 0,3. X suit donc la loi géométrique de paramètre 0,3.

4. D'après le cours, $E(X) = \frac{1}{0{,}3} = \frac{10}{3}$ soit environ 3,3.
Le joueur attend en moyenne entre trois et quatre tours.

5. a. En utilisant le résultat connu sur les suites géométriques $1 + q + \cdots + q^n = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ avec $n = 9$: $1 + q + \cdots + q^9 = \frac{1-q^{10}}{1-q}$.
b. $P(X \leq 10) = P(X = 1) + \cdots + P(X = 10) = 0{,}3 + 0{,}3 \times 0{,}7 + \cdots + 0{,}3 \times 0{,}7^9$
$= 0{,}3 \times (1 + 0{,}7 + \cdots + 0{,}7^9) = 0{,}3 \times \frac{1-0{,}7^{10}}{1-0{,}7} = 1 - 0{,}7^{10} \approx 0{,}972$ à 10^{-3} près.
c. On cherche à calculer $P(X > 10)$.
L'événement contraire de $\{X > 10\}$ est l'événement $\{X \leq 10\}$.
On a donc $P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10) \approx 0{,}028$.