

108 1. On applique la formule du cours avec $k = 2$ et $p = \frac{2}{3}$: $P(X = 2) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$.

De plus l'ensemble des valeurs prise par X est l'ensemble des entiers naturels non nuls, donc $P(X \geq 1) = 1$.

2. a. En utilisant le résultat connu sur la somme des termes consécutifs d'une suite géométrique $1 + q + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$ avec $q = \frac{1}{3}$ et $n = 7$:

$$1 + \frac{1}{3} + \dots + \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{1 - \left(\frac{1}{3}\right)^8}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{\left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^8\right)}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} \times \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^8\right).$$

b. $P(X \leq 8) = P(X = 1) + \dots + P(X = 8)$

$$= \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \dots + \frac{2}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^7 = \frac{2}{3} \times \frac{3}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^8\right) = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^8 \approx 0,9998.$$