

115 1. En posant $z = y'$, l'équation $y'' - 4y' = 1$ devient : $z' - 4z = 1$, c'est-à-dire $z' = 4z + 1$.

La solution constante de cette nouvelle équation est la fonction p définie sur \mathbb{R} par $p(x) = -\frac{1}{4}$.

Les solutions de l'équation différentielle $z' = 4z$ sont les fonctions $x \mapsto Ce^{4x}$ avec C réel.

Donc les solutions de l'équation $z' - 4z = 1$ sont les fonctions $x \mapsto Ce^{4x} - \frac{1}{4}$.

2. On cherche maintenant les solutions de l'équation $y' = Ce^{4x} - \frac{1}{4}$.

Ce sont les primitives des fonctions $x \mapsto Ce^{4x} - \frac{1}{4}$.

Donc les solutions de **(E)** sont toutes les fonctions $x \mapsto C \times \frac{1}{4} \times e^{4x} - \frac{1}{4}x + D$,

avec C et D réels.