159 **1.** On calcule le discriminant du polynôme du second degré $-x^2 - 6x + 27$:

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times (-1) \times 27 = 144.$$

Le polynôme $-x^2 - 6x + 27$ a donc deux racines :

$$x_1 = \frac{6 - \sqrt{144}}{-2} = \frac{6 - 12}{-2} = 3 \text{ et } x_2 = \frac{6 + \sqrt{144}}{-2} = \frac{6 + 12}{-2} = -9.$$

Le coefficient de x^2 du polynôme est négatif, on déduit donc que l'inéquation $-x^2 - 6x + 27 > 0$ a pour ensemble solution l'intervalle $]-9\ ;\ 3[$.

2. $\ln(-x^2 - 6x + 27)$ existe si et seulement si $-x^2 - 6x + 27 > 0$ ce qui équivaut à $x \in]-9\ ;\ 3[$ d'après la question 1.
Pour x appartient à $]-9\ ;\ 3[$, l'équation $\ln(-x^2 - 6x + 27) = \ln(11)$ équivaut à $-x^2 - 6x + 27 = 11$ soit à $-x^2 - 6x + 16 = 0$.
Pour résoudre cette équation du second degré, on calcule le discriminant de $-x^2 - 6x + 16$:

$$\Delta = (-6)^2 - 4 \times (-1) \times 16 = 100.$$

L'équation $-x^2 - 6x + 16 = 0$ a deux solutions dans $\mathbb{R}$:

$$x_1 = \frac{6 - \sqrt{100}}{-2} = \frac{6 - 10}{-2} = 2 \text{ et } x_2 = \frac{6 + \sqrt{100}}{-2} = \frac{6 + 10}{-2} = -8.$$

2 et -8 appartiennent à l'intervalle $]-9\ ;\ 3[$ donc l'équation $\ln(-x^2 - 6x + 27) = \ln(11)$ a deux solutions : -8 et 2.