91 **1.** D'après l'énoncé, $f(x) = \frac{1}{1 + \mathrm{e}^{-x}}$. Cette expression est de la forme $\frac{1}{v}$ avec $v(x) = 1 + \mathrm{e}^{-x}$.

Dès lors, l'expression de la dérivée f' de f est de la forme $\frac{-v'}{v^2}$, avec $v'(x) = -\mathrm{e}^{-x}$.

On en déduit l'expression $f'(x) = \frac{-\mathrm{e}^{-x}}{(1 + \mathrm{e}^{-x})^2}$.

2. a. D'après le logiciel de calcul formel, on a $f''(x) = \mathrm{e}^{-x}.\frac{\mathrm{e}^{-x} - 1}{(1 + \mathrm{e}^{-x})^3}$ soit $f''(x) = \frac{\mathrm{e}^{-x}(\mathrm{e}^{-x} - 1)}{(1 + \mathrm{e}^{-x})^3}$
Pour tout réel x, on a $\mathrm{e}^{-x} > 0$ et $(1 + \mathrm{e}^{-x})^3 > 0$. Dès lors, la dérivée seconde f'' est du signe de l'expression $\mathrm{e}^{-x} - 1$. Pour déterminer son signe, on résout l'inéquation $\mathrm{e}^{-x} - 1 \geq 0$.
Cette équation équivaut à $\mathrm{e}^{-x} \geq 1$ donc à $\mathrm{e}^{-x} \geq \mathrm{e}^0$ puis à $-x \geq 0$ soit à $x \leq 0$.
On en déduit le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f''(x)$	+	0	−
f	convexe		concave

b. La fonction f change de convexité en 0 donc le point d'inflexion de la courbe $\mathcal{C}_f$ a pour abscisse 0.