130 **1. a.** Pour tout réel x, on a $-1 \leq \cos(x) \leq 1$.
Donc $0 \leq \cos^2(x) \leq 1$.
D'où $0 \leq 2\cos^2(x) \leq 2$.
D'où $-1 \leq 2\cos^2(x) - 1 \leq 1$.
D'où $x - 1 \leq x + 2\cos^2(x) - 1 \leq x + 1$.
Et ainsi $x - 1 \leq f(x) \leq x + 1$.

b. La limite de $x - 1$ en $+\infty$ est $+\infty$.
Donc, par théorème de comparaison, la limite de $f(x)$ en $+\infty$ est $+\infty$.
La limite de $x + 1$ en $-\infty$ est $-\infty$.
Donc, par théorème de comparaison, la limite de $f(x)$ en $-\infty$ est $-\infty$.

c. $\mathscr{C}$ se situe entre les deux droites d'équations respectives $y = x - 1$ et $y = x + 1$.

2. • Les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de d_1 sont les solutions de l'équation $f(x) = x - 1$.
$f(x) = x - 1$ équivaut à $x + 2\cos^2(x) - 1 = x - 1$, ce qui équivaut à $2\cos^2(x) = 0$,
ce qui équivaut à $\cos(x) = 0$, ce qui équivaut à $x = \frac{\pi}{2}$ ou $x = \frac{3\pi}{2}$.
De plus, $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - 1$ et $f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{3\pi}{2} - 1$.
Donc les points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de d_1 sont les points de coordonnées $\left(\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2} - 1\right)$ et $\left(\frac{3\pi}{2} ; \frac{3\pi}{2} - 1\right)$.
• Les abscisses des points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de d_2 sont les solutions de l'équation $f(x) = x + 1$.
$f(x) = x + 1$ équivaut à $x + 2\cos^2(x) - 1 = x + 1$, ce qui équivaut à $2\cos^2(x) = 2$,
ce qui équivaut à $\cos^2(x) = 1$, ce qui équivaut à $\cos(x) = -1$ ou $\cos(x) = 1$,
ce qui équivaut à $x = \pi$ ou $x = 0$ ou $x = 2\pi$.
De plus, $f(\pi) = \pi + 1$, $f(0) = 1$ et $f(2\pi) = 2\pi + 1$.
Donc les points d'intersection de $\mathscr{C}$ et de d_2 sont les points de coordonnées :
$(0 ; 1)$, $(\pi ; \pi + 1)$, et $(2\pi ; 2\pi + 1)$.