

154 1. $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} x^2 - 9 = 0^+$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} x^2 + 1 = 10$, donc $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} = 0^+$.

De plus, $\lim_{\substack{X \rightarrow 0 \\ X > 0}} \ln(X) = -\infty$.

En utilisant la limite d'une fonction composée, on en déduit :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} \ln \left(\frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} \right) = -\infty.$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{9}{x^2}}{1 + \frac{1}{x^2}} = 1. \text{ De plus, } \lim_{X \rightarrow 1} \ln(X) = \ln(1) = 0.$$

En utilisant la limite d'une fonction composée, on en déduit :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln \left(\frac{x^2 - 9}{x^2 + 1} \right) = 0.$$

2. Comme $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x > 3}} f(x) = -\infty$, la droite d'équation $x = 3$ est asymptote verticale la

courbe représentative de f .

Comme $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$, la droite d'équation $y = 0$ est asymptote horizontale la courbe représentative de f .