

101 1. a. Pour tout réel $x : f(x) = xe^x$.

$f = uv$ avec pour tout réel $x :$

$$u(x) = x \quad u'(x) = 1$$

$$v(x) = e^x \quad v'(x) = e^x$$

$f' = u'v + uv'$ donc pour tout réel $x :$

$$f'(x) = 1e^x + xe^x = e^x(x + 1) \text{ en mettant } e^x \text{ en facteur.}$$

$f'(x)$ est du signe de $x + 1$ puisque $e^x > 0$.

Sur $[-3 ; -1]$, $x + 1 \leq 0$ donc $f'(x) \leq 0$, donc f décroît sur $[-3 ; -1]$.

$$f(-3) = -3e^{-3} \text{ et } f(-1) = -e^{-1} \text{ donc } f(x) < 1 \text{ sur } [-3 ; -1].$$

Sur $]-1 ; 3]$, $x + 1 > 0$ donc $f'(x) > 0$, ainsi f croît strictement sur $]-1 ; 3]$.

f est continue sur $[-1 ; 3]$ et 1 est compris entre $f(-1) = -e^{-1}$ et $f(3) = 3e^3$.

D'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 1$, a une seule solution dans $[-1 ; 3]$ et ainsi dans $[-3 ; 3]$.

b. $f(0) = 0$ et $f(1) = e : \alpha \in [0 ; 1]$.

2.

```
1 from math import *
2 def f(x):
3     return x*exp(x)
4 def d():
5     a=0;b=1
6     while(b-a)>=0.01:
7         y=f((a+b)/2)
8         if y>1:
9             b=(a+b)/2
10        else:
11            a=(a+b)/2
12    return a,b
```