Sujet E

1. a. $\lim\limits_{t\to+\infty}\left(-\frac{t}{5}\right) = -\infty$ et $\lim\limits_{X\to-\infty} \mathrm{e}^{X} = 0$

donc par composition $\lim\limits_{t\to+\infty} \mathrm{e}^{-\frac{t}{5}} = 0$.

Par conséquent, $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 20$.

b. Pour tout réel t positif , $f'(t) = 980 \times \left(-\frac{1}{5}\right) \mathrm{e}^{-\frac{t}{5}}$, soit $f'(t) = -196\mathrm{e}^{-\frac{t}{5}}$.

Pour tout réel t positif , $\mathrm{e}^{-\frac{t}{5}} > 0$ donc $f'(t) < 0$

donc f est décroissante sur $[0\,;+\infty[$.

t	0 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(t)$	$-$
$f(t)$	1 000 $\searrow$ 20

2. a. Pour tout nombre réel t positif :

$d(t) = 980\mathrm{e}^{-\frac{t}{5}} + 20 - (\,980\mathrm{e}^{-\frac{t+1}{5}} + 20)$

$d(t) = 980\mathrm{e}^{-\frac{t}{5}} - 980\mathrm{e}^{-\frac{t}{5}-\frac{1}{5}}$

$d(t) = 980\mathrm{e}^{-\frac{t}{5}} - 980\mathrm{e}^{-\frac{t}{5}} \times \mathrm{e}^{-\frac{1}{5}}$

$d(t) = 980\mathrm{e}^{-\frac{t}{5}}\,(1-\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}})$

b. $\lim\limits_{t\to+\infty} \mathrm{e}^{-\frac{t}{5}} = 0$ (voir **1. a**) donc $\lim\limits_{t\to+\infty} (980\mathrm{e}^{-\frac{t}{5}}) = 0$.

Et $\lim\limits_{t\to+\infty} (1-\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}}) = 1-\mathrm{e}^{-\frac{1}{5}}$.

Donc par règle sur la limite d'un produit, $\lim\limits_{t\to+\infty} d(t) = 0$.

c. On peut en déduire que la température finira par se stabiliser puisque l'abaissement de température du four au cours d'une heure tend vers 0.

Et comme $\lim\limits_{t\to+\infty} f(t) = 20$, elle se stabilisera avec le temps à 20 °C.