152 **1.** Le plan $\mathscr{P}$ est l'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{\mathrm{AM}} \cdot \vec{n} = 0$.
On a $\overrightarrow{\mathrm{AH}}(2-0; -1-(-1); -4-0)$ soit $\overrightarrow{\mathrm{AH}}(2\,;0\,;-4)$
$\overrightarrow{\mathrm{AH}} \cdot \vec{n} = 2 \times 2 + 0 \times 1 + (-4) \times 1 = 4 + 0 - 4 = 0$.
Donc H appartient au plan $\mathscr{P}$.

2. On a $\overrightarrow{\mathrm{BH}}\big(2-(-2)\,;(-1)-(-3)\,;-4-(-6)\big)$ soit $\overrightarrow{\mathrm{BH}}(4\,;2\,;2)$.
On remarque que $\overrightarrow{\mathrm{BH}} = 2\vec{n}$ donc la droite (BH) est perpendiculaire au plan $\mathscr{P}$.
Finalement le point H est l'intersection du plan $\mathscr{P}$ et de sa perpendiculaire passant par B, donc H est le projeté orthogonal de B sur le plan $\mathscr{P}$.

3. La distance du point B au plan $\mathscr{P}$ est la longueur BH.
Or BH = $\left\|\overrightarrow{\mathrm{BH}}\right\| = \sqrt{4^2+2^2+2^2} = \sqrt{16+4+4} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$.
La distance du point B au plan $\mathscr{P}$ est égale à $2\sqrt{6}$.