112 **1.** On souhaite dénombrer les tirages de 6 cartes simultanément à partir d'un jeu qui en contient 32. Le tirage étant simultané, l'ordre des cartes n'importe pas et on ne peut pas tirer plusieurs fois la même carte.
Ainsi, cela revient à dénombrer les parties de 6 éléments issus d'un ensemble composé de 32 éléments. Or, ce nombre est égal à $\binom{32}{6}$. De plus,

$$\binom{32}{6} = \frac{32 \times 31 \times 30 \times 29 \times 28 \times 27}{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 906\ 192.$$

On peut aussi obtenir ce résultat en utilisant directement la calculatrice.
Il y a donc 906 192 tirages différents de 6 cartes issues d'un jeu de 32 cartes.

2. Dénombrer les tirages simultanés de 6 cartes qui contiennent les 4 as revient à dénombrer les tirages simultanés de 2 cartes issues du jeu composé de 28 cartes : les 32 cartes auxquelles on enlève les 4 as.
Or, ce nombre de tirages est égal au nombre de parties de 2 éléments issus d'un ensemble composé de 28 éléments, soit $\binom{28}{2}$, c'est-à-dire $\frac{28 \times 27}{2}$, soit 378.
Il y a donc 378 tirages simultanés de 6 cartes issues d'un jeu de 32 cartes qui contiennent les 4 As.

3. a. D'après la question précédente, il y a 378 tirages simultanés différents de 6 cartes qui contiennent les 4 as. D'après la question **1**, il y a 906 192 tirages de 6 cartes.
Tous ces tirages sont équiprobables, donc la probabilité d'avoir les 4 as lors d'un tirage est égale à $\frac{378}{906\ 192}$, soit environ 0,000 4, c'est-à-dire 0,04 %, à 0,01 % près.

b. Il faut déterminer le nombre de tirages différents qui contiennent 2 cartes pique et 4 cartes cœur. Comme dans les questions précédentes, il n'y a pas d'ordre et on ne peut pas tirer plusieurs fois la même carte (car les cartes sont tirées simultanément).
De plus, il y a 8 cartes pique et 8 cartes cœur. Il n'y a pas de carte qui est à la fois pique et cœur.
Donc, par le principe multiplicatif, le nombre de tirages de 6 cartes qui contiennent 2 cartes pique parmi les 8 et 4 cartes cœur parmi les 8 est égal à $\binom{8}{2} \times \binom{8}{4}$. Or,

$$\binom{8}{2} \times \binom{8}{4} = \frac{8 \times 7}{2} \times \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 1\ 960.$$

Par conséquent, la probabilité de tirer 2 cartes pique et 4 cartes cœur est égal à $\frac{1\ 960}{906\ 192}$, soit environ 0,002 2, c'est-à-dire environ 0,22 %, à 0,01 % près.

c. On note E l'ensemble des cartes qui ne sont ni cœur, ni valet. Il y a 8 cartes cœur et 4 valets, dont un qui est le valet de cœur. Il y a donc 3 valets qui ne sont pas cœur. Ainsi, l'ensemble E est composé de 32-8-3 cartes, c'est-à-dire 21 cartes.
On cherche alors la probabilité que le tirage soit composé de 6 cartes issues de E.
Pour cela, il faut calculer le nombre de parties de 6 éléments issus des 21 éléments de E. Ce nombre est alors $\binom{21}{6}$, soit 54 264 à l'aide de la calculatrice.
Donc la probabilité de ne tirer aucune carte cœur ni aucun Valet est égale à $\frac{54\ 264}{906\ 192}$, soit environ 0,059 9, c'est-à-dire environ 5,99 %, à 0,01 % près.