

29 1. a. On utilise la définition du débit volumique Q en régime permanent : $Q = v \cdot S$.

Ainsi : $v = \frac{Q}{S}$. Le débit volumique Q est converti en $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ soit $Q = \frac{1}{60} \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

L'aire S de la section du tuyau est donnée par $S = \pi \frac{D^2}{4}$, où D désigne le diamètre du tuyau en m.

$$\text{AN : } v_A = \frac{\frac{1}{60}}{\pi \times \frac{(25,0 \times 10^{-3})^2}{4}} = 3,4 \times 10^1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Notons B un point situé dans la canalisation sur la même ligne de courant que A. La conservation du débit volumique amène : $Q_A = Q_B$ soit $v_A = \frac{v_B \cdot S_B}{S_A}$.

Ainsi, si $S_A < S_B$ (ce qui est le cas ici car $D_B = 80 \text{ mm} > D_A = 25 \text{ mm}$, ce qui amène $S_B = 5,0 \times 10^{-3} \text{ m}^2 > S_A = 5,0 \times 10^{-4} \text{ m}^2$) alors $v_A > v_B$.

b. Au sommet du jet, la valeur de la pression de l'eau est égale à celle de la pression atmosphérique, soit $P_{\text{atm}} = 1\,013 \text{ hPa}$, et sa vitesse est nulle.

2. a. $P_A + \frac{1}{2} \rho \cdot v_A^2 + \rho \cdot g \cdot z_A = P_S + \frac{1}{2} \rho \cdot v_S^2 + \rho \cdot g \cdot z_S$, où S désigne un point situé au sommet du jet d'eau et situé sur la même ligne de courant que le point A.

b. On choisit l'origine des altitudes z au niveau du point A de la tuyère : $z_A = 0 \text{ m}$.

De plus $v_S = 0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, $P_S = P_{\text{atm}}$, $P_A = P_{\text{atm}}$ et $z_S = h$.

Ainsi il vient : $P_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho \cdot v_A^2 = P_{\text{atm}} + \rho \cdot g \cdot h$, donc $h = \frac{v_A^2}{2g}$.

$$\text{AN : } h = \frac{(3,4 \times 10^1)^2}{2 \times 9,8} = 5,9 \times 10^1 \text{ m}$$

c. Le raisonnement précédent est réalisé en négligeant les frottements de l'air qui agissent sur le jet d'eau.

d. L'altitude h atteinte par le jet d'eau peut augmenter si v_A augmente : $h = \frac{v_A^2}{2g}$.

Pour cela, il faut réduire le diamètre de la tuyère pour augmenter la vitesse d'éjection

de l'eau : $v_A = \frac{Q}{S_A}$.