39 Questions préliminaires

1. Il s'agit d'un référentiel lunocentrique.

2. L'expression de la force d'attraction gravitationnelle est :

$$\vec{F} = -\mathrm{G}\frac{m \cdot M_\mathrm{L}}{(R_\mathrm{L} + h)^2}\vec{u}_\mathrm{r} = \mathrm{G}\frac{m \cdot M_\mathrm{L}}{(R_\mathrm{L} + h)^2}\vec{n}$$

D'après la deuxième loi de Newton, on a : $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$.

Ainsi : $\vec{a} = \mathrm{G}\dfrac{M_\mathrm{L}}{(R_\mathrm{L} + h)^2}\vec{n}$ d'où $a = \mathrm{G}\dfrac{M_\mathrm{L}}{(R_\mathrm{L} + h)^2}$.

3. Le vecteur accélération pour un mouvement circulaire uniforme s'écrit : $\vec{a} = \dfrac{v^2}{r}\vec{n}$ car le mouvement est décrit comme uniforme.

$m\dfrac{v^2}{R_\mathrm{L} + h}\vec{n} = \mathrm{G}\dfrac{m \cdot M_\mathrm{L}}{(R_\mathrm{L} + h)^2}\vec{n}$, donc en effectuant la projection sur $\vec{n}$, on a :

$$v^2 = \mathrm{G}\frac{M_\mathrm{L}}{R_L + h} \text{ soit } v = \sqrt{\frac{\mathrm{G} \cdot M_\mathrm{L}}{R_\mathrm{L} + h}}.$$

4. On détermine la période de révolution :

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R_\mathrm{L} + h)^3}{\mathrm{G} \cdot M_\mathrm{L}}} = 2\pi\sqrt{\frac{(1\,737 \times 10^3 + 110 \times 10^3)^3}{6{,}67 \times 10^{-11} \times 7{,}34 \times 10^{22}}}$$

$= 7{,}13 \times 10^3$ s $= 1{,}98$ h, soit près de 2 heures.

Problème à résoudre

Les ondes électromagnétiques ne peuvent pas traverser la Lune et la capsule Apollo est cachée par celle-ci une bonne partie de sa trajectoire. Le LEM ne peut donc communiquer avec la capsule qu'au niveau de son horizon comme le montre le schéma du document.

Il faut donc déterminer la durée de parcours sur la partie représentée en gras sur le schéma. L'angle parcouru est de 2β.

Dans le triangle rectangle délimité par la capsule, le LEM et le centre de la Lune, on a :

$\cos\beta = \dfrac{R_\mathrm{L}}{R_\mathrm{L} + h}$ donc :

$$\beta = \arccos\left(\frac{R_\mathrm{L}}{R_\mathrm{L} + h}\right) = \arccos\left(\frac{1{,}737 \times 10^6}{1{,}737 \times 10^6 + 110 \times 10^3}\right) = 19{,}9°$$

En une durée $T = 1{,}98$ h, la capsule balaye un angle de 360°.

En une durée T_COM elle balaye un angle de $2 \times 19{,}9°$.

Par proportionnalité, $T_\mathrm{COM} = \dfrac{1{,}98 \times 2 \times 19{,}9}{360} = 0{,}219$ h $= 788$ s.

À chaque révolution, la communication n'est possible que pendant 788 s.