



D'après le schéma de l'énoncé, $v_f > v_0$, donc l'armature de droite est chargée négativement pour accélérer le proton. Ainsi, le champ \vec{E} est orthogonal aux plaques et orienté vers l'armature négative (x croissant).

2. a. L'action mécanique de la Terre est modélisée par le poids $P = m \cdot g$.

La force électrique a pour expression, en valeur, $F_e = e \cdot E$, d'où le rapport :

$$\frac{F_e}{P} = \frac{e \cdot E}{m \cdot g} \text{ soit } \frac{F_e}{P} = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3}{1,7 \times 10^{-27} \times 9,81} = 1,9 \times 10^{10}.$$

L'action de la Terre est négligeable devant celle modélisée par la force électrique.

b. D'après la deuxième loi de Newton :

$$m \cdot \vec{a} = \vec{F}_e = e \cdot \vec{E}, \text{ d'où } \vec{a} = \frac{e}{m} \cdot \vec{E}.$$

3. a. Par projection, on obtient $a_x = \frac{e \cdot E}{m}$.

b. Puisque $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$, on obtient après intégration :

$$v_x(t) = \frac{e \cdot E}{m} \cdot t + k_1, \text{ où } k_1 \text{ est une constante à déterminer.}$$

Or, à $t = 0$ s, $\vec{v}(0) = v_0 \cdot \vec{i}$, d'où $k_1 = v_0$ et $v_x(t) = \frac{e \cdot E}{m} t + v_0$.

De même, on obtient $x(t)$ après une deuxième intégration :

$$x(t) = \frac{e \cdot E}{2m} t^2 + v_0 \cdot t \text{ car, à } t = 0 \text{ s, le système est en O, d'abscisse 0.}$$

c. L'accélérateur est linéaire car le mouvement de la particule s'effectue selon l'axe (Ox).

4. a. Le proton sort de l'accélérateur à l'instant t_s tel que $x(t_s) = d$.

t_s est donc la racine positive de l'équation du second degré en t suivante :

$$\frac{e \cdot E}{2m} t^2 + v_0 \cdot t - d = 0$$

Le discriminant de l'équation s'écrit :

$$\Delta = v_0^2 + 4d \frac{e \cdot E}{2m} = v_0^2 + \frac{2e \cdot E \cdot d}{m},$$

$$\text{Soit } \Delta = (2,0 \times 10^3)^2 + \frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3 \times 18,0 \times 10^{-2}}{1,7 \times 10^{-27}} = 6,8 \times 10^{10} \text{ SI.}$$

$$\text{La racine positive est : } t_s = \frac{-v_0 + \sqrt{\Delta}}{2 \frac{e \cdot E}{m}} = \frac{(-v_0 + \sqrt{\Delta}) \cdot m}{e \cdot E}$$

$$\text{Soit } t_s = \frac{(-2,0 \times 10^3 + \sqrt{6,8 \times 10^{10}}) \times 1,7 \times 10^{-27}}{1,6 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3} = 1,4 \times 10^{-6} \text{ s}$$

$$\text{b. } v_f = v_x(t_s) = \frac{e \cdot E}{m} \cdot t_s + v_0 \text{ soit :}$$

$$v_f = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^3}{1,7 \times 10^{-27}} \times 1,4 \times 10^{-6} + 2,0 \times 10^3 = 2,6 \times 10^5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

On vérifie que ce condensateur plan joue le rôle d'accélérateur de particules.