EXERCICES PAGE 161

Vérifier ses connaissances

1 Connaître les mots-clés

a. Le degré : unité de mesure d'angle ; 90° est la mesure d'un angle droit.

b. Latitude : angle mesuré à partir de l'équateur.

c. Longitude : angle mesuré à partir du méridien de Greenwich.

d. Arc de méridien : chemin qui relie deux points d'un même méridien en suivant ce méridien.

e. Arc de parallèle : chemin qui relie deux points d'un même parallèle en suivant ce parallèle.

f. Méthode de triangulation : méthode de mesure de distances à l'aide d'une chaîne de triangles.

g. Le mètre : unité de mesure de longueur créée en 1799.

h. Éclipse de Lune : occultation du Soleil par la Terre.

2 Restituer le cours

1. Le premier savant ayant avancé des arguments scientifiques quant à la forme sphérique de la Terre est Aristote, au IVe siècle avant J.-C.

2. Une éclipse de Lune permet d'observer la forme arrondie de l'ombre de la Terre sur la Lune.

3. La méthode de triangulation ne nécessite qu'une seule mesure de distance AB. On considère ensuite un triangle ABC, dans lequel on mesure tous les angles, et on en déduit les longueurs de tous les côtés du triangle ABC à l'aide de formules de trigonométrie. On peut ensuite réitérer l'opération avec un autre triangle adjacent au triangle ABC.

On construit alors une chaîne de triangles adjacents et on obtient par mesures d'angles puis calculs les longueurs de tous les côtés de ce triangle.

4. La mission de Delambre et Méchain a permis de déterminer la longueur d'un arc du méridien de Paris. Le mètre a été alors défini en 1799 comme la dix-millionième partie du quart du méridien terrestre.

3 Déterminer la longueur d'un chemin reliant deux points

1. a. Vrai. Ce sont tous des cercles de centre le centre de la Terre et de rayon le rayon de la Terre. Leur longueur est d'environ 40 000 km.

b. Faux. Les parallèles n'ont pas tous la même longueur. Tout dépend de la latitude des points du parallèle : le parallèle le plus long est l'équateur, et il est beaucoup plus long qu'un parallèle proche des pôles.

c. Faux. La représentation choisie fausse le jugement. En effet, la longueur du parallèle sur lequel sont situés les points U et Z est inférieure à celle du parallèle sur lequel sont situés les points C et M, car ce parallèle est plus éloigné de l'équateur.

d. Faux. Le plus court chemin est l'arc du grand cercle qui les relie ; le parallèle qui les relie n'est pas un grand cercle.

2. A-1. La longueur d'un arc de méridien est proportionnelle à l'angle qu'il intercepte.

L'arc de méridien $\overset{\frown}{BW}$ est égal à :

60° + 15° = 75°.

En notant L la longueur de l'arc de méridien $\overset{\frown}{BW}$ et L_C la circonférence de la Terre, on a :

$\frac{L_C}{360} = \frac{L}{75}$ donc $L \approx \frac{40\,000}{360} \times 75$

B-1 et 4. Ce parallèle est une réduction du cercle de l'équateur et le coefficient de réduction est égal à cos(45°).

La longueur du parallèle est donc d'environ 40 000 × cos(45°), soit environ 28 284 kilomètres.

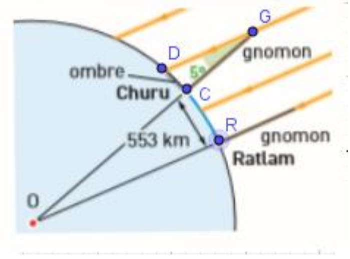
C-1 et 3. La longueur d'un arc de parallèle est proportionnelle à l'angle qu'il intercepte.

L'arc de parallèle $\overset{\frown}{UZ}$ a pour mesure 90° – 0° = 90°.

En notant L la longueur de l'arc de parallèle $\overset{\frown}{UZ}$, on a :

$\frac{28\,284}{360} \approx \frac{L}{90}$ donc $L \approx \frac{28\,284}{360} \times 90$, soit 7 071 kilomètres.

4 Appliquer la méthode d'Ératosthène



On note L la circonférence de la Terre. On veut calculer L connaissant la longueur d de l'arc de cercle $\overset{\frown}{RC}$ et l'angle $\widehat{CGD}$.

La longueur d de l'arc de cercle $\overset{\frown}{RC}$ est proportionnelle à l'angle $\widehat{ROC}$ qui l'intercepte.

Donc : $\frac{L}{360} = \frac{d}{\widehat{ROC}}$.

Or d = 553 km et comme les angles $\widehat{ROC}$ et $\widehat{CGD}$ sont alternes-internes, on a :

$\widehat{ROC} = \widehat{CGD}$ = 5,00°.

Ainsi : $\frac{L}{360} = \frac{553}{5{,}00}$.

Par conséquent, $L = \frac{553}{5{,}00} \times 360 = 3{,}98 \times 10^4$.

La circonférence de la Terre est d'environ $3{,}98 \times 10^4$ km.

5 Appliquer la méthode de triangulation

1. Dans le triangle ABC, on applique la formule des sinus :

$$\frac{BC}{\sin\widehat{A}} = \frac{AC}{\sin\widehat{B}}$$

D'où : $\frac{100}{\sin 35°} = \frac{AC}{\sin 80°}$

et par conséquent AC = $\frac{100}{\sin 35°} \times \sin 80°$.

On en déduit que **AC vaut environ 172 mètres, en arrondissant au mètre**.

2. La somme des angles d'un triangle est 180°. En appliquant ce résultat au triangle ACD, on obtient :

$\widehat{CAD}$ + 25° + 30° = 180°, d'où $\widehat{CAD}$ = 180° – 130° – 25°

soit **$\widehat{CAD}$ = 25**°.

3. On applique à présent la formule des sinus dans le triangle ACD :

$\frac{\mathrm{AC}}{\sin\widehat{\mathrm{D}}} = \frac{\mathrm{CD}}{\sin\widehat{\mathrm{A}}}$.

D'où : $\frac{172}{\sin 130°} = \frac{\mathrm{CD}}{\sin 25°}$ et par conséquent $\mathrm{CD} \approx \frac{172}{\sin 130°} \times \sin \quad 25°$.

On en déduit que **CD vaut environ 95 mètres.**