

## Chapitre 7 Produit scalaire

### Question d'ouverture



Un skieur arrive au sommet A d'une montagne. En face de lui, il voit le sommet B d'une autre montagne et en contrebas, la fin d'une piste C qu'il n'a encore jamais dévalée. Il connaît la distance à vol d'oiseau séparant les deux sommets,  $AB = 1054$  m, ainsi que les distances  $AC = 700$  m et  $CB = 500$  m. Il sait également que l'inclinaison de la piste (CB) est  $26^\circ$ . Il se demande s'il pourra descendre facilement la piste (AC). Peut-il déterminer l'inclinaison de cette piste pour le savoir ?

### Réponse à la question d'ouverture

Dans le triangle ABC tel que  $AB=1054$ ,  $AC=700$  et  $BC=500$ , on a :

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = CA \times CB \times \cos(\widehat{ACB}) = \frac{1}{2}(CA^2 + CB^2 - AB^2), \text{ en conséquence, il vient :}$$

$$\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB} = \frac{1}{2}(500^2 + 700^2 - 1054^2) = -185458, \text{ donc :}$$

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{\overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{CB}}{CA \times CB} = -\frac{185458}{700 \times 500} = -0.52988.$$

Ainsi, on en déduit que :  $\widehat{ACB} \approx 122^\circ$ .

Or une inclinaison de pente est toujours mesurée par rapport à une direction horizontale.

Ainsi, l'inclinaison de la pente (AC) est donc égale environ à :  $180 - 122 - 26 = 32^\circ$ .