8 **a.** On dresse le tableau de signes du produit $(3x-9)(-x+2)$.

Étude du signe de $3x-9$: l'inéquation $3x-9 \geq 0$ équivaut à $3x \geq 9$, soit $x \geq \frac{9}{3}$, soit $x \geq 3$.

Étude du signe de $-x+2$: l'inéquation $-x+2 \geq 0$ équivaut à $2 \geq x$, soit $x \leq 2$.

On applique la règle du signe d'un produit pour le signe de la dernière ligne.

On obtient le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$		2		3		$+\infty$
$3x-9$		$-$		$-$	0	$+$	
$-x+2$		$+$	0	$-$		$-$	
$(3x-9)(-x+2)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Les solutions de l'inéquation $(3x-9)(-x+2) > 0$ sont les valeurs de *x* dans le tableau pour lesquelles on a un signe " $+$ " dans la dernière ligne. L'inéquation est stricte, donc on exclut les valeurs de *x* pour lesquelles on a un zéro en dernière ligne, c'est-à-dire on exclut 2 et 3.

Ainsi, l'ensemble solution de l'inéquation $(3x-9)(-x+2) > 0$ est l'intervalle]2 ; 3[.

b. On dresse le tableau de signes du quotient $\frac{-2x+4}{4x+5}$.

Étude du signe de $-2x+4$: l'inéquation $-2x+4 \geq 0$ est équivalente à $4 \geq 2x$, soit $x \leq \frac{4}{2}$, soit $x \leq 2$.

Étude du signe de $4x+5$: l'inéquation $4x+5 \geq 0$ est équivalente à $4x \geq -5$, soit $x \geq -\frac{5}{4}$, soit $x \geq -1{,}25$.

On applique la règle du signe d'un quotient pour le signe de la dernière ligne. On n'oublie pas la double barre verticale sous le nombre -1,25 qui est la valeur interdite.

On obtient le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$		-1.25		2		$+\infty$
$-2x+4$		$+$		$+$	0	$-$	
$4x+5$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{-2x+4}{4x+5}$		$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	

Les solutions de l'inéquation $\frac{-2x+4}{4x+5} \leq 0$ sont les valeurs de *x* dans le tableau pour lesquelles on a un signe " $-$ " dans la dernière ligne. L'inéquation est large, donc on inclut les valeurs de *x* pour lesquelles on a un zéro en dernière ligne, c'est-à-dire on inclut 2. Le nombre – ,25 est exclu car c'est la valeur interdite.

Ainsi, l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{-2x+4}{4x+5} \leq 0$ est l'ensemble $]-\infty\,;\,-1{,}25\,[\cup[2\,;\,+\infty[$.

c. On dresse le tableau de signes du quotient $\frac{x^2-7}{x^3}$.

Étude du signe de $x^2 - 7$: l'inéquation $x^2 - 7 \geq 0$ est équivalente à $x^2 \geq 7$,
soit $x \leq -\sqrt{7}$ ou $x \geq \sqrt{7}$.

Étude du signe de x^3 : l'inéquation $x^3 \geq 0$ est équivalente à $x \geq 0$.

On applique la règle du signe d'un quotient pour le signe de la dernière ligne.

On n'oublie pas la double barre verticale sous le nombre 0 qui est la valeur interdite.

On obtient le tableau de signes ci-dessous :

x	$-\infty$		$-\sqrt{7}$		0		$\sqrt{7}$		$+\infty$
x^2-7		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
x^3		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
$\frac{x^2-7}{x^3}$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Les solutions de l'inéquation $\frac{x^2-7}{x^3} < 0$ sont les valeurs de *x* dans le tableau pour lesquelles on a un signe " $-$ " dans la dernière ligne. L'inéquation est stricte, donc on exclut les valeurs de *x* pour lesquelles on a un zéro en dernière ligne, c'est-à-dire on exclut $-\sqrt{7}$ et $\sqrt{7}$. Le nombre 0 est exclu car c'est la valeur interdite.

Ainsi, l'ensemble solution de l'inéquation $\frac{x^2-7}{x^3} < 0$ est l'ensemble $]-\infty\,;\,-\sqrt{7}[\,\cup\,]\,0\,;\sqrt{7}\,[$.